

Приложение к рабочей программе дисциплины Математика

Направление – 05.03.06 Экология и природопользование
Профиль – Экология и природопользование
Учебный план 2016 года разработки

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. Назначение фонда оценочных средств (ФОС) по дисциплине

ФОС по учебной дисциплине – совокупность контрольных материалов, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимся установленных результатов обучения, а также и уровня сформированности всех компетенций (или их частей), закрепленных за дисциплиной. ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Задачи ФОС:

- управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формированием компетенций, определенных в ФГОС ВО по направлению подготовки 05.03.06 Экология и природопользование;
- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины с выделением положительных/отрицательных результатов и планирование предупреждающих/корректирующих мероприятий;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение в образовательный процесс университета инновационных методов обучения;
- самоподготовка и самоконтроль обучающихся в процессе обучения.

2. Структура ФОС и применяемые методы оценки полученных знаний

2.1 Общие сведения о ФОС

ФОС позволяет оценить освоение всех указанных в рабочей программе дескрипторов компетенции, установленных ОПОП. В качестве методов оценивания применяются: наблюдение за работой, наблюдение за действиями в смоделированных условиях, применение активных методов обучения, экспресс-тестирование, программированные тесты. Структурными элементами ФОС по дисциплине являются: входной контроль (при наличии) (предназначается для определения уровня входных знаний), ФОС для проведения текущего контроля, состоящие из устных, письменных заданий, тестов, и шкалу оценивания, ФОС для проведения промежуточной аттестации, состоящий из устных, письменных заданий, и других контрольно-измерительных материалов, описывающих показатели, критерии и шкалу оценивания.

ФОС позволяет оценить освоение указанного индикатора компетенции, установленного ОПОП. В качестве методов оценивания применяются: экспресс-опрос, контроль над самостоятельной работой студентов, их подготовкой к практическим занятиям и выступлениям, выполнение и презентации творческих заданий, зачет с оценкой по дисциплине, применение интерактивных методов обучения.

Применяемые методы оценки полученных знаний по разделам дисциплины

Темы	Текущая аттестация (количество заданий, работ)		Промежуточная аттестация
	Экспресс-опрос на лекциях по текущей теме	Самостоятельное решение задач и объяснение их решения	
Тема 1. Элементы линейной алгебры.	+	+	зачет
Тема 2. Введение в анализ.	+	+	зачет
Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	+	+	зачет
Тема 4. Функции нескольких переменных.	+	+	зачет
Тема 5. Интегральное исчисление.	+	+	зачет с оценкой
Тема 6. Дифференциальные уравнения.	+	+	зачет с оценкой
Тема 7. Элементы теории вероятности.	+	+	зачет с оценкой
Тема 8. Элементы математической статистики.	+	+	зачет с оценкой

2.2 Оценочные материалы для проведения текущего контроля

Входной контроль (тестирование)

Входной контроль проводится с целью определения уровня знаний обучающихся, необходимых для успешного освоения материала дисциплины.

Вопрос		Ответ
Упростите выражение:		
$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1$	А 0; Б 1; В $\sin 2\alpha$; Г $\cos 2\alpha$.	А
Решите неравенство:		
$\frac{x+2}{7-x} \geq 0$	А [-2; 7]; Б [-2; 7); В (-2; 7); Г (-2; 7];	Б
Найдите производную функции		
$y = \sin x + 2x^6$	А $y' = -\cos x + 2x^5$; Б $y' = \cos x + 12x^5$; В $y' = -\cos x + 12x^5$; Г $y' = \cos x + x^5$.	В
Найдите диагональ параллелепипеда, если:		
измерения прямоугольного параллелепипеда равны 12, 9 и 8 м.	А 13; Б 17 В 19 Г 14	Б

Вычислить:		
$\sqrt[8]{16^7 \cdot \sqrt[4]{4}}$	А 4; Б 16; В 8; Г 32	Б
Решить уравнение :		
$\left(\frac{3}{7}\right)^{3x+1} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5x-3}$.	А 4; Б 0,4; В 0,5; Г 0,25	Г
Решить неравенство:		
$0,3^{7+4x} > 0,027$.	А $(-\infty; -1)$; Б $(-1; \infty)$; В $(-1; 1)$; Г $(1; \infty)$;	А
Определите вид сечения:		
Плоскость α проходит через диагональ основания параллелепипеда и середину одной из сторон верхнего основания	А трапеция; Б параллелограмм; В треугольник; Г квадрат.	А
Вычислить:		
Команда лыжниц состоит из 9 человек. Сколькими способами можно выбрать 5 человек для участия в эстафетном беге?	А 124; Б 1256; В 126; Г 15120	В
Найдите вероятность события:		
В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по теме "Ботаника". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме "Ботаника".	А 0,11; Б 0,5; В 0,55 Г 0,2.	Г

Критерии оценивания входного контроля

Оценивание входного тестирования осуществляется по номинальной шкале – за правильный ответ к каждому заданию выставляется один балл, за не правильный – ноль. Общая оценка каждого теста осуществляется в отношении количества правильных ответов к общему числу вопросов в тесте (выражается в процентах).

Уровень знаний обучающихся, необходимых для успешного освоения материала дисциплины, определяется по набранным баллам. При оценке 75 % и более правильных ответов уровень знаний обучающихся считается *достаточным* (оценка – зачтено). При оценке, меньшей 75 % правильных ответов уровень знаний обучающихся считается *недостаточным* (оценка – незачтено).

Время прохождения теста – 15 минут (при выполнении 5 заданий) и 30 минут (при выполнении 10 заданий).

Экспресс опрос на лекциях по текущей теме

Раздел 1. Элементы линейной алгебры. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной и двух переменных

Лекция 1. Матрицы. Действия с матрицами.

Контрольный вопрос
1. Приведите правило умножения матрицы на число.
2. Приведите правило сложения матриц? В каком случае это невозможно?
3. Какие матрицы называются согласованными? Приведите правило умножения матриц?
4. Можно ли делить матрицы?
5. Перечислите элементарные преобразования матриц

Лекция 2. Определители, методы их вычисления

Контрольный вопрос
1. Что называется минором и алгебраическим дополнением?
2. Приведите правило вычисления определителя второго и третьего порядка.
3. Сформулируйте теорему Лапласа.

Лекция 3. Система линейных алгебраических уравнений. Решение СЛАУ методом Крамера

Контрольный вопрос
1. Дайте определение СЛАУ.
2. Что называется решением системы линейных алгебраических уравнений?
3. Какие системы называются совместными, а какие – несовместными?
4. Какие системы называются определенными?
5. Напишите формулы Крамера.
6. Для каких СЛАУ формулы Крамера применимы?

Лекция 4. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Замечательные пределы. Непрерывность функции. Точки разрыва

Контрольный вопрос
2. Дайте определение предела функции.
3. Назовите свойства конечных пределов.
4. Приведите принципы раскрытия неопределенностей.
5. Сформулируйте первый замечательный предел.
6. Дайте определение точки разрыва первого рода.
7. Дайте определение точки разрыва второго рода.

Лекция 5. Производная функции, ее геометрический смысл. Производная сложной, неявных и параметрически заданных функций. Производные обратных функций.

Контрольный вопрос
1. Дайте определение производной функции в точке x_0 .
2. Назовите механический смысл производной функции.
3. Приведите свойства производной.
4. Напишите производные элементарных функций.
5. Сформулируйте определение дифференциала функции.
6. Приведите правило Лопиталья. В каких случаях оно применяется?

Лекция 6. Производные высших порядков. Дифференциал функции и его свойства, приближенные вычисления

Контрольный вопрос
1. Приведите общую схему исследования функции с помощью производной.
2. Дайте определения четной и нечетной функций.
3. Что называют асимптотами функции? Каковы правила их нахождения?
4. Как определить интервалы возрастания и убывания функции?
5. Достаточное условие экстремума функции
6. Как найти точки перегиба графика функции?
7. Этапы построения графика функции

Лекция 7. Исследование функций с помощью производной, построение графиков функций. Задачи оптимизации. Формула Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций по формулам Тейлора и Маклорена.

Контрольный вопрос
1. Приведите определение функции непрерывной в точке x_0 .
4. Назовите свойства функций непрерывных в точке x_0 .
5. Приведите определение функции непрерывной на отрезке $[a; b]$.
6. Назовите свойства функций непрерывных на отрезке $[a; b]$.

Лекция 8. Функции двух переменных. Частные производные. Полный дифференциал функции двух переменных. Производная по направлению. Градиент.

Контрольный вопрос
1. Дайте определение функции двух переменных. Что такое область определения и множество значений функции?
2. Что является геометрической интерпретацией функции двух переменных?
3. Дайте определение частных производных.
4. Что такое полный дифференциал функции и как его найти?

Лекция 9. Экстремум функции двух переменных. Метод наименьших квадратов

Контрольный вопрос
1. Какие функции называются эмпирическими?
2. В чем заключается суть метода наименьших квадратов?
3. Как строится система нормальных уравнений для линейной функции?

Раздел 2. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения. Элементы теории вероятности и математической статистики

Тема 5. Интегральное исчисление.

Лекция 10. Первообразная функции. Понятие и свойства неопределенного интеграла. Методы непосредственного интегрирования и замены переменной. Метод интегрирования по частям.

Контрольный вопрос
1. Понятие первообразной функции.
2. Понятие и свойства неопределенного интеграла.
3. Табличные интегралы.
4. Интегрирование методом замены переменной.
1. Метод интегрирования по частям.

Лекция 11. Интегрирование рациональных и тригонометрических функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Контрольный вопрос
1. Интегрирование основных рациональных функций.
2. Теорема о представлении правильной дроби в виде суммы простых дробей.
3. Метод неопределенных коэффициентов.
4. Какие подстановки используются для вычисления интегралов: $\int \sin^m x \cos^{2n+1} x dx$?
5. Какие подстановки используются для вычисления интегралов: $\int \sin^{2m+1} x \cos^n x dx$?
6. Какие подстановки используются для вычисления интегралов: $\int \sin^{2m} x \cos^{2n} x dx$?
7. Для каких видов интегралов применяют универсальную тригонометрическую подстановку?

Лекция 12. Понятие определенного интеграла и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.

Контрольный вопрос
1. Понятие и свойства определенного интеграла.
2. Формула Ньютона-Лейбница.
3. Геометрический смысл определенного интеграла?
4. Замена переменной в определенном интеграле.
5. Метод интегрирования по частям для определенного интеграла.
6. Вычисление площадей в декартовых прямоугольных координатах.
7. Вычисление длины дуги кривой в декартовых координатах.
8. Вычисление объема тела вращения.

Тема 6. Дифференциальные уравнения.

Лекция 13. Дифференциальные уравнения: общее и частное решения. Задача Коши. Уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными

Контрольный вопрос
1. Определение дифференциального уравнения
2. Что называют порядком дифференциального уравнения?
3. Что называется решением дифференциального уравнения, общим и частным решением?
4. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Лекция 14. Однородные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

Контрольный вопрос
1. Какие дифференциальные уравнения относятся к однородным?
2. Какую подстановку используют для решения однородных ДУ первого порядка?
3. Какие дифференциальные уравнения первого порядка называются линейными?
4. Какую подстановку используют для решения линейных ДУ первого порядка?

Тема 7. Элементы теории вероятности.

Лекция 15. Элементы комбинаторики. Алгебра событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формулы Бернулли, Пуассона, Лапласа.

Контрольный вопрос
1. Дайте определение события. Какие события называются достоверными, невозможными, случайными?
2. Приведите формулу и свойства классической вероятности.
3. Приведите основные формулы комбинаторики.

4. Дайте определение суммы событий.
5. Дайте определение условной вероятности. Приведите теорему умножения вероятностей зависимых событий.
6. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
7. Формулы Бернулли, Пуассона, Лапласа.

Лекция 16. Дискретные и непрерывные случайные величины. Их числовые характеристики и законы распределения.

Контрольный вопрос
1. Дайте определение дискретной случайной величины.
2. Функция распределения случайной величины.
3. Что называют законом распределения дискретной случайной величины.
4. Назовите числовые характеристики дискретной случайной величины.
5. Дайте определение непрерывной случайной величины.
6. Что называют функцией распределения вероятностей.
7. Что такое плотность вероятностей, как она задается?
8. Назовите формулы числовых характеристик непрерывной случайной величины.

Тема 8. Элементы математической статистики

Лекция 17. Выборочный метод обработки результатов наблюдений. Числовые характеристики выборки. Точечные оценки параметров распределения.

Контрольный вопрос
1. Охарактеризуйте выборочный метод обработки результатов наблюдений.
2. Определение генеральной и выборочной совокупности.
3. Как строится вариационный ряд, интервальный вариационный ряд?
4. Что называется эмпирической функцией распределения?
5. Что такое полигон и гистограмма?
6. Дайте определение несмещенной оценки.

Лекция 18. Основы корреляционного и регрессионного анализа. Построение выборочных линейных уравнений регрессии. Исследование линейной корреляционной зависимости.

Контрольный вопрос
1. Дайте определение функциональной и статистической зависимости.
2. Как определить коэффициент корреляции?
3. Что показывает коэффициент корреляции.
4. Алгоритм построения выборочных линейных уравнений регрессии.

Критерии оценивания

Оценивание текущего экспресс опроса осуществляется по шкале оценивания – зачтено/не зачтено.

Количество попыток прохождения опроса и время на его прохождение – неограниченно.

Критерии оценивания при текущем контроле (экспресс опрос на лекциях по текущей теме):

- полнота и правильность ответа;
- степень осознанности, понимания изученного;
- языковое оформление ответа.

Показатели и шкала оценивания

Шкала оценивания	Показатели
Зачтено	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий; - обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; - излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка
Не зачтено	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса; - допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл; - беспорядочно и неуверенно излагает материал

Вид текущего контроля: Самостоятельное решение задач и объяснение их решения

Раздел 1. Элементы линейной алгебры. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной и двух переменных

Практическое занятие № 1. Матрицы. Действия с матрицами.

Контрольный вопрос
<p>1. Вычислить определители:</p> $a) \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} 2 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}.$
<p>2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -5 & 4 \end{pmatrix}$. Найти: а) $C = A+B$; б) $P = 3A-2B$.</p>
<p>4. Вычислить произведение матриц при помощи табличного процессора Excel:</p> $a) \begin{pmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix}; \quad б) \begin{pmatrix} 7 & -3 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix};$ $в) \begin{pmatrix} 7 & -13 \\ 21 & 18 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 11 & -0,2 \\ 0,4 & 1,8 \end{pmatrix};$

Практическое занятие № 2. Определители, методы их вычисления

Контрольный вопрос
<p>Вычислить определитель:</p> $a) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} \quad б) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$
<p>1. Вычислить определитель путем разложения по элементам ряда:</p> $a) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$
<p>5. Вычислить определители данных матриц, используя теорему Лапласа:</p>

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

**Практическое занятие № 3. Система линейных алгебраических уравнений.
Решение СЛАУ методом Крамера**

Контрольный вопрос

1. Найти решение систем при помощи формул Крамера:

$$a) \begin{cases} 3x + 2y = 6, \\ 7x - 4y = 1. \end{cases}; \quad б) \begin{cases} x - 6y + 5z = 0, \\ x + 2y - 4z = -1, \\ 3y + 5z = 8. \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x - 2y + 3z - 6 = 0, \\ 2x + 3y - 4z - 2 = 0, \\ 3x - 2y - 5z = 6. \end{cases}; \quad г) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_2 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_2 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_2 = 11. \end{cases}$$

2. Вставьте вместо знака « * » такие числа, чтобы система имела заданное решение:

$$a) \begin{cases} 2x + * \cdot y = -4, \\ * \cdot x + 4y = 5. \end{cases} \quad x = 1, y = 2;$$

$$б) \begin{cases} x + *y + z = -1, \\ *x + y + *z = 8, \\ *y - z = 4. \end{cases} \quad x = 3, y = 2, z = 0.$$

**Практическое занятие № 4. Предел функции в точке и на бесконечности.
Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Замечательные пределы.
Непрерывность функции. Точки разрыва**

Контрольный вопрос

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2}{x + 3}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 2x}{x + 3}; \quad в) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4}{x + 2};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2x}{3x - 3}; \quad д) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 - 8}.$$

2. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2}{x^2 + x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 1}{1 - 2x^2}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{25x + 4}{x^2 - 2};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + x^3 + x^2 + 1}{1 + x + x^3}; \quad д) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + x^4 + 5}{2 + x + x^6};$$

3. Найти значения пределов с иррациональностью:

$$а) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2 - 5x}{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-2x}}; б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}{\sqrt{x+4} - 2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}}.$$

4. Найти значения пределов с помощью первого замечательного предела:

$$а) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}; б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x}; в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{3}}{x}; д) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{4x}; е) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 3x \cdot 4x;$$

$$ж) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{\sin 3x}; з) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 4x \cdot \operatorname{ctg} 3x.$$

Практическое занятие № 5. Производная функции, ее геометрический смысл. Производная сложной, неявных и параметрически заданных функций. Производные обратных функций.

Контрольный вопрос

1. Найти производную следующих функций:

$$а) y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}; б) y = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{\sqrt{x}}; в) y = (1-4x)^5;$$

$$г) y = \frac{2}{(3x+1)^{10}}; д) y = (\sqrt[3]{x}+1)^4; е) y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+2}}.$$

2. Найти производную следующих функций:

$$а) y = \cos x; б) y = \cos 5x; в) y = \cos(3x^3); г) y = \cos \sqrt[3]{x}; д) y = \cos\left(\frac{1}{x}\right); е) y = \operatorname{ctg} x; ж)$$

$$y = \operatorname{ctg} 7x; з) y = \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{5}\right).$$

4. Найти значения пределов, используя правило Лопиталья.

$$а) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}; б) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x - \cos \pi}{x - \frac{\pi}{2}};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\sqrt{x}-1}; г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x + \sin 2x}{\sin 2x - \sin 3x}.$$

Практическое занятие № 6. Производные высших порядков. Дифференциал функции и его свойства, приближенные вычисления

Контрольный вопрос
1. Найти дифференциал функции dy : $a) y = e^x$; $б) y = e^{-x+1}$; $в) y = e^{3x+2}$; $г) y = e^{x^2}$;
2. Найти производную второго порядка от функции: $y = \frac{1}{2} \ln^2 x$.
3. Найти производную второго порядка от функции: $y = e^{-x^2}$.

Практическое занятие № 7. Исследование функций с помощью производной, построение графиков функций. Задачи оптимизации. Формула Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций по формулам Тейлора и Маклорена.

Контрольный вопрос
1. Исследуйте функцию и постройте график: $a) y = x^3 - 27x$; $б) y = \frac{4x}{x^2 + 4}$.
2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке $y = 2x^3 - x^2 + 4$ на $[0;5]$.

Функции двух переменных

Практическое занятие № 8. Функции двух переменных. Производные и дифференциалы функции двух переменных

Контрольный вопрос
1. Найти частные производные первого порядка $z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1$.
2. Найти полный дифференциал $z = 3x^2y^2 + 5y^2x$.
3. Вычислить градиент функции $z = 4x^2y + 24xy + y^2 + 32y - 6$ в точке $M(1;-1)$.

Практическое занятие № 9. Метод наименьших квадратов

Контрольный вопрос																						
1. В таблице приведены данные о растворимости (y) натриевой селитры $NaNO_3$ на 100 г воды в зависимости от температуры ($t, ^\circ C$).																						
<table border="1"><tbody><tr><td>t_i</td><td>0</td><td>2</td><td>10</td><td>16</td><td>21</td><td>30</td><td>35</td><td>51</td><td>63</td><td>67</td></tr><tr><td>y_i</td><td>66,7</td><td>69,2</td><td>76,3</td><td>81,6</td><td>85,7</td><td>94,7</td><td>99,4</td><td>113,6</td><td>119,8</td><td>123</td></tr></tbody></table>	t_i	0	2	10	16	21	30	35	51	63	67	y_i	66,7	69,2	76,3	81,6	85,7	94,7	99,4	113,6	119,8	123
t_i	0	2	10	16	21	30	35	51	63	67												
y_i	66,7	69,2	76,3	81,6	85,7	94,7	99,4	113,6	119,8	123												
В предположении, что между t и y существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии $y = kt + b$ методом наименьших квадратов. Вычислить возможную растворимость при температуре $60^\circ C$.																						

Раздел 2. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения. Элементы теории вероятности и математической статистики

Тема 5. Интегральное исчисление

Практическое занятие 10. Первообразная функции. Понятие и свойства неопределенного интеграла. Методы непосредственного интегрирования и замены переменной. Метод интегрирования по частям.

Контрольный вопрос
1. Используя таблицу, найти следующие интегралы: $\int x^5 dx$; $\int \sqrt{x} dx$; $\int \frac{1}{x^2+9} dx$; $\int \frac{1}{x} dx$.
2. Вычислить интегралы: $\int (3+x)^5 dx$; $\int \sqrt{x-3} dx$; $\int \frac{1}{4x^2+9} dx$; $\int \frac{1}{3x-2} dx$.
3. Вычислить интегралы: $\int \cos 2x dx$, $\int e^{3x+1} dx$, $\int \frac{5}{x-7} dx$, $\int \frac{1}{25x^2+1} dx$.
4. Найти интеграл: $\int (x+1) \sin x dx$.

Практическое занятие 11. Интегрирование рациональных и тригонометрических функций. Метод неопределенных коэффициентов.

Контрольный вопрос
1. Найти интеграл $\int \cos 3x \sin x dx$.
2. Найти интеграл $\int \cos^2 3x dx$.
3. Найти интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$.
4. Найти интеграл $\int \frac{5x}{x^2-16} dx$.

Практическое занятие 12. Понятие определенного интеграла и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.

Контрольный вопрос
1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 x^3 dx$.
2. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 x^3 \cos x^4 dx$.
4. Вычислить определенный интеграл $\int_1^e (x+2) \cdot \ln x dx$.

Тема 6. Дифференциальные уравнения.

Практическое занятие 13. Дифференциальные уравнения: общее и частное решения. Задача Коши. Уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.

Контрольный вопрос
1. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' \sqrt{1-x^2} = 1+y^2$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' + \frac{\sin x}{\sin y} = 0$.

3. Найти частное решение уравнения $y' = (y + 1) \cdot \operatorname{ctg} x$, удовлетворяющее условию

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \dots$$

Практическое занятие 14. Однородные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка

Контрольный вопрос
1. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' + 2y = e^{3x}$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' + xy = -x^3$.
3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$.

Тема 7. Элементы теории вероятности.

Практическое занятие 15. Элементы комбинаторики. Алгебра событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний Формулы Бернулли, Пуассона, Лапласа.

Контрольный вопрос
1. Из чисел 3, -5, 2, 1, -2, -4 наугад выбираются три числа. Какова вероятность того, что их сумма положительна.
2. Мячик диаметром 10 см. бросают в садовую решетку, сделанную из вертикальных прутьев толщиной в 4 см. Найти вероятность того, что мячик пролетит сквозь решетку, если расстояние между осями прутьев 40 см.
3. В общежитии проживает 10% студентов университета. 75% студентов, проживающих в общежитии, увлекается спортом, среди них 46% юношей. Какова вероятность встретить в студенческом городке юношу, увлекающегося спортом и живущего в общежитии?
4. Пусть вероятность попадания в цель при одном выстреле равна $1/5$. Производится 10 независимых выстрелов. а) Какова вероятность попадания в цель по меньшей мере дважды? б) Какова условная вероятность попадания в цель по меньшей мере дважды, если известно, что по крайней мере одно попадание произошло?
5. Вероятность некоторого изделия быть бракованным равна 0.005. Чему равна вероятность того, что среди 10000 наугад взятых изделий 40 бракованных?
6. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0.8. Сколько нужно произвести выстрелов, чтобы с вероятностью 0.9 можно было ожидать, что мишень будет поражена не менее 75 раз?

Практическое занятие 16. Дискретные и непрерывные случайные величины. Их числовые характеристики и законы распределения.

Контрольный вопрос								
1. Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной дискретной величины, заданной законом распределения								
x_i	3	4	5	6	7	8	9	10
p_i	0,04	0,1	0,12	0,21	0,22	0,18	0,08	0,05
2. В партии из шести деталей имеется четыре стандартных. Наудачу отобраны три детали. Составить закон распределения случайной величины ξ – числа стандартных деталей среди отобранных. Построить функцию распределения вероятностей и ее график. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.								
2. Дана функция распределения $F(x)$ случайной величины X . Найти дисперсию $D[X]$. Ответ записать с двумя знаками после запятой без округления.								

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{1}{8}x^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Тема 7. Элементы математической статистики.

Практическое занятие 17. Выборочный метод обработки результатов наблюдений. Числовые характеристики выборки. Точечные оценки параметров распределения

Контрольный вопрос								
По выборочным данным, представленным в таблице								
x_i	82	86	90	94	98	102	106	110
n_i	2	4	9	12	29	24	15	5
1. Построить гистограмму и кумюляту.								
2. Вычислить среднее выборочное.								
3. Вычислить исправленную дисперсию s^2 .								
4. Вычислить исправленное среднее квадратическое отклонение s .								
5. Вычислить центральные моменты μ , коэффициенты асимметрии A и эксцесса E_x .								
6. Вычислить коэффициент вариации V .								

Практическое занятие 18. Основы корреляционного и регрессионного анализа. Построение выборочных линейных уравнений регрессии. Исследование линейной корреляционной зависимости

Контрольный вопрос					
В результате группировки данных статистического наблюдения над признаками X и Y получена корреляционная таблица. С целью изучения линейной связи между этими признаками требуется:					
y_i	10	15	20	25	30
x_i					
2	3	4			
5		10	9	3	
8		6	40	5	
11			4	8	3
14				2	3
а) найти их числовые показатели \bar{x} , \bar{y} , σ_x , σ_y ;					
б) найти выборочный коэффициент корреляции r_g и оценить его надежность с уровнем значимости $\alpha = 0,01$;					
в) найти уравнения прямых регрессий Y на X и X на Y;					
г) изобразить в системе координат графики \bar{y}_x и \bar{x}_y .					

2.3 Оценочные материалы для проведения промежуточного контроля

Зачет

Зачет проводится в первом семестре изучения дисциплины.

Технология проведения зачета – прохождение комплексного теста по всем изученным темам. Тестовые задания комплектуются из вопросов текущего контроля. Задание содержит

10 заданий, в равной степени охватывающих весь материал. Время прохождения теста 60 минут.

Вариант 1

- Вычислите: $A + 3B - C$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -7 & -4 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}$.
1) $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -27 & 12 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 12 & 9 \\ -27 & 12 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 25 & 12 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} -2 & 9 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$
- Произведение двух матриц $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$, равно
1) $\begin{pmatrix} 4 & -22 \\ 9 & -11 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 18 & 3 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -18 & 8 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 11 \end{pmatrix}$
- Дополните предложение: Матрица A^{-1} называется обратной к матрице A , если
1) $A \cdot A^{-1} = A^{-1}A = E$; 2) $A^{-1} = 1/A$; 3) $A \cdot A^{-1} = A^{-1}A = 0$; 4) $A \cdot A^{-1} = A^{-1}A = 1$
- Определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 7 \end{vmatrix}$, равен
1) 13; 2) 0; 3) -13; 4) -12.
- Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + x}{5x^4 - 8x^3 + 6}$;
1) 5; 2) $\frac{7}{5}$; 3) -5; 4) $-\frac{5}{8}$.
- Производная от функции $y = \sin^2(2x + 3)$ равна:
1) $y' = 2\sin(2x + 3)\cos(2x + 3)$; 2) $y' = -\cos^2(2x + 3)$;
3) $y' = -2\sin^2(2x)\cos(2x)$; 4) $y' = 4\sin(2x + 3)\cos(2x + 3)$
- Найти решение системы линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 13; \\ x_1 + x_3 = 5 \end{cases}$
1) $x = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$; 2) $x = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$; 3) $x = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$; 4) $x = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$
- Найти предел, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{18x}$
1) ∞ ; 2) 0; 3) 3; 4) $\frac{1}{3}$
- Найти предел по правилу Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{7x}$
1) -1; 2) 0; 3) ∞ ; 4) e
- Найдите значение производной $y'(0,5)$ функции $y = (2x - 1)(2x + 1)$.
1) -4; 2) 4; 3) 8; 4) -2.

Зачет с оценкой

Критерии оценивания: Оценивание осуществляется по четырёхбалльной системе. Оценивание промежуточного тестирования осуществляется по номинальной шкале – за правильный ответ к каждому заданию выставляется один балл, за не правильный – ноль. Общая оценка каждого теста осуществляется в отношении количества правильных ответов к общему числу вопросов в тесте (выражается в процентах).

В процентном соотношении оценки (по четырёхбалльной системе) выставляются в следующих диапазонах:

- «неудовлетворительно» - менее 75%
- «удовлетворительно» - 76%-85%
- «хорошо» - 86%-92%
- «отлично» - 93%-100%

Оценки, которые выставляются на зачете с оценкой, кроме знаний, умений и навыков обучающихся учитывают степень сформированности у последних общепрофессиональной компетенции ОПК-1 – Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин с применением информационно-коммуникационных технологий.

Зачет проводится во втором семестре изучения дисциплины.

Технология проведения зачета – прохождение комплексного теста по всем изученным темам. Тестовые задания комплектуются из вопросов текущего контроля. Задание содержит 10 заданий, в равной степени охватывающих весь материал. Время прохождения теста 60 минут.

Вариант 6

1. Выберите замену в интеграле $\int (8 - 2x)^{32} dx$

А	Б	В	Г
$= -2x$	$8 - 2x$	$(8 - 2x)^{19}$	$t = 2x$

4. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = xy - x^3 y^3 - 3y + 2$.

А	Б	В	Г
$\frac{\partial z}{\partial x} = x - 3x^3 y^2 - 3$	$\frac{\partial z}{\partial x} = y - 3x^2 y^3$	$\frac{\partial z}{\partial x} = y - 3x^2 y^3 + 2$	$\frac{\partial z}{\partial x} = y - 3x^2 y^3 - 1$

5. Найти неопределенный интеграл $\int (1 + \cos 4x) dx$

А	Б	В	Г
$x + 4 \sin 4x + C$	$-4 \sin 4x + C$	$x - \frac{1}{4} \sin 4x + C$	$x + \frac{1}{4} \sin 4x + C$

6. Вычислить определенный интеграл $\int_1^2 6x^2 dx$

А	Б	В	Г
14	15	12	17

7. Укажите формулу для вычисления площади фигуры, ограниченной графиками функций $y = 6 - x^2$ и $y = 4 - x$.

А	Б	В	Г
$S = \int_{-1}^2 (2 + x - x^2) dx$	$S = \int_{-1}^2 (10 - x - x^2) dx$	$S = \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$	$S = \int_{-1}^2 (2 - x - x^2) dx$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения $ydx - xdy = 0$

А	Б	В	Г
$\ln y = x + C$	$y = Cx$	$y = x + C$	$y = \ln x + C$

9. На 5 карточках написано по одной цифре из набора 1, 2, 3, 4, 5. Наугад выбирают одну карточку. Сформулируйте достоверное событие.

А	Б	В	Г
Извлечь карточку с номером 12	Извлечь карточку с номером 3	Извлечь карточку с номером от 1 до 5	Извлечь карточку без номера

10. В ящике 8 перенумерованных шаров с номерами от 1 до 8. Вынули один шар. Какова вероятность, что номер шара будет не больше двух?

А	Б	В	Г
1/4	1/8	3/4	2

Критерии оценивания промежуточного контроля – зачет с оценкой

На зачете с оценкой результирующая оценка выставляется по четырех балльной системе (неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично).

Критерии оценивания:

- полнота и правильность ответа;
- степень осознанности, понимания изученного;
- языковое оформление ответа.

Показатели и шкала оценивания

В процентном соотношении оценки (по четырёхбалльной системе) выставляются в следующих диапазонах:

«неудовлетворительно» - менее 75%

«удовлетворительно» - 76%-85%

«хорошо» - 86%-92%

«отлично» - 93%-100%

Оценки, которые выставляются на экзамене, кроме знаний, умений и навыков обучающихся учитывают степень сформированности у последних общепрофессиональной компетенции ОПК-1 – Способность применять естественнонаучные и инженерные знания, аналитические методы в профессиональной деятельности