

Приложение к рабочей программе дисциплины Математический анализ

Направление подготовки – 38.03.01 Экономика
Направленность (профиль) – Бухгалтерский учет, анализ и аудит
Учебный план 2016 года разработки

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. Назначение фонда оценочных средств (ФОС) по дисциплине

ФОС по учебной дисциплине – совокупность контрольных материалов, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимся установленных результатов обучения, а также уровня сформированности всех компетенций (или их частей), закрепленных за дисциплиной. ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Задачи ФОС:

- управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формированием компетенций, определенных в ФГОС ВО;
- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины с выделением положительных/отрицательных результатов и планирование предупреждающих/корректирующих мероприятий;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение в образовательный процесс университета инновационных методов обучения.

2. Структура ФОС и применяемые методы оценки полученных знаний

2.1 Общие сведения о ФОС

ФОС позволяет оценить освоение всех указанных в рабочей программе дескрипторов компетенции, установленных ОПОП. В качестве методов оценивания применяются: устные и письменные задания, тестирование.

Структурными элементами ФОС по дисциплине являются: ФОС для проведения текущего контроля, состоящий из контрольных заданий, тестов, шкал оценивания; ФОС для проведения промежуточной аттестации (экзамена), состоящий из вопросов и задач, требующих письменного ответа, критериев и шкалы оценивания.

Применяемые методы оценки полученных знаний по разделам дисциплины

Темы	Текущая аттестация (количество заданий, работ)			Промежуточная аттестация
	Экспресс-опрос на лекциях по текущей теме	Самостоятельное решение задач и объяснение их решения	Тестовые задания для самоподготовки обучающихся	
Раздел 1. Введение в математический анализ				
Тема 1. Введение в математический анализ	+	+	+	зачет
Тема 2. Функция				зачет
Тема 3. Классификация функций				зачет

Раздел 2. Пределы и непрерывность				
Тема 4. Пределы	+	+	+	зачет
Тема 5. Бесконечно малые и бесконечно большие величины				зачет
Тема 6. Свойства пределов				зачет
Тема 7. Непрерывность функции				зачет
Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной				
Тема 8. Производная функции	+	+	+	зачет
Тема 9. Вычисление производной				зачет
Тема 10. Основные теоремы дифференциального исчисления				зачет
Тема 11. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций				зачет
Тема 12. Дифференциал функции				зачет
Раздел 4. Неопределенный интеграл				
Тема 13. Неопределенный интеграл	+	+	+	зачет
Тема 14. Основные методы интегрирования				зачет
Тема 15. Интегрирование рациональных дробей				зачет
Тема 16. Интегрирование тригонометрических функций				зачет
Тема 17. Интегрирование иррациональных функций				зачет
Раздел 5. Определенный интеграл и его приложения				
Тема 18. Определенный интеграл	+	+	+	экзамен
Тема 19. Методы интегрирования определенного интеграла				экзамен
Тема 20. Применение определенного				экзамен

интеграла.				
Тема 21. Несобственные интегралы				экзамен
Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных				
Тема 22. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	+	+	+	экзамен
Тема 23. Экстремумы функций нескольких переменных. Метод наименьших квадратов				экзамен
Раздел 7. Дифференциальные уравнения				
Тема 24. Дифференциальные уравнения	+	+	+	экзамен
Тема 25. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка				экзамен
Тема 26. Дифференциальные уравнения второго порядка				экзамен
Тема 27. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка				экзамен
Раздел 8. Ряды				
Тема 28. Числовые ряды	+	+	+	экзамен
Тема 29. Знакопередающиеся ряды				экзамен
Тема 30. Степенные ряды				экзамен

2.2 Оценочные материалы для проведения текущего контроля

Экспресс опрос на лекциях по текущей теме

Контрольный вопрос
Раздел 1. Введение в математический анализ
1. Какие числа образуют множество действительных чисел?
2. Что называется интервалом?
3. Что называется абсолютной величиной числа?
4. Что такое числовая последовательность?
5. Что называется функцией одной независимой переменной?
6. Что называется областью определения функции?
7. Какие способы задания функции знаете?

8. Назовите основные свойства функции.
9. Какая функция называется возрастающей (убывающей)?
Раздел 2. Пределы и непрерывность
1. Что называется числовой последовательностью?
2. Определение предела числовой последовательности
3. Понятие предела функции в точке
4. Связь бесконечно малых величин с пределами функций
5. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами
6. Первый «замечательный» предел
7. Что называется функцией одной независимой переменной?
8. Что называется областью определения функции?
9. Какие способы задания функции знаете?
10. Назовите основные свойства функции.
11. Свойства пределов функций?
12. Какая функция называется непрерывной?
13. Назовите свойства непрерывных функций.
14. Что такое бесконечно большая, бесконечно малая величина?
15. Сформулировать первый, второй замечательные пределы.
16. Что называется точкой разрыва первого (второго) рода функции?
Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной
1. Дать определение производной функции.
2. Что называется касательной прямой к линии в данной точке?
3. Вывести формулы для производных всех основных элементарных функций.
4. Что называется дифференциалом функции?
5. Назовите свойства дифференциалов функции.
6. Как берутся производные высших порядков?
7. Сформулируйте теорему Ферма, Коши, Лагранжа.
8. Сформулируйте правило Лопиталья.
9. Как определить точки экстремума функции?
10. Как определить интервал возрастания и убывания функции;
11. Какая функция называется монотонной?
12. Что такое точка перегиба?
13. Дайте определение выпуклой, вогнутой функции?
14. Что такое асимптота? Назовите виды асимптот.
15. Напишите формулу для нахождения дифференциала функции $y = f(x)$.
16. Свойства дифференциала
17. Напишите формулу приближённого вычисления функции с помощью дифференциала.
18. Каков геометрический смысл дифференциала функции?
Раздел 4. Неопределенный интеграл
1. Дайте определение первообразной.
2. Что такое неопределенный интеграл?
3. Геометрический смысл неопределенного интеграла.
4. Свойства неопределенного интеграла.
5. Как проверить результат процесса интегрирования?
6. Назовите основные методы интегрирования?
7. Назовите способы интегрирования рациональных дробей.
8. Назовите способы интегрирования тригонометрических функций.
9. Назовите способы интегрирования иррациональных дробей.
Раздел 5. Определенный интеграл

1. Что называется определенным интегралом от данной функции?
2. Как определяется площадь криволинейной трапеции при помощи интеграла?
3. Сформулируйте и докажите простейшие свойства определенного интеграла.
4. Каков геометрический смысл определенного интеграла от данной функции ?
5. Чему равна производная от интеграла по его верхнему пределу? Доказать соответствующую теорему.
6. Что называется несобственным интегралом от разрывной функции по данному конечному интервалу?
7. Привести примеры сходящихся и расходящихся несобственных интегралов.
Тема 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных
1. Что называется функцией двух независимых переменных?
2. Что называется областью определения функции двух независимых переменных?
3. Что называется частным приращением и частным дифференциалом по x функции двух независимых переменных?
4. Что называется частной производной n -го порядка функции двух независимых переменных?
5. Что называется полным дифференциалом?
6. Какое правило дифференцирования сложной функции?
7. Что такое точки экстремума?
8. Сформулировать достаточные условия экстремума для функции двух независимых переменных.
9. Какие необходимые условия для нахождения экстремума функция двух независимых переменных?
10. В чем суть метода наименьших квадратов?
Раздел 7. Дифференциальные уравнения
1. Дайте определение дифференциального уравнения(ДУ) первого порядка.
2. Что называется решением дифференциального уравнения? Что является неизвестной в дифференциальном уравнении? Что называется порядком дифференциального уравнения?
3. Как из общего решения дифференциального уравнения первого (второго) порядка можно получить его частное решение? Каков геометрический смысл начальных условий дифференциальных уравнений первого и второго порядка?
4. В чем заключается смысл теоремы о существовании и единственности решения для дифференциального уравнения первого порядка? Приведите пример дифференциального уравнения первого порядка, графики двух различных решений которого пересекаются в некоторой точке. Выполняются ли в этой точке условия теоремы существования и единственности?
5. При каких условиях дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением с разделяющимися переменными?
6. Что называют общим решением дифференциального уравнения?
7. Что называют частным решением дифференциального уравнения?
8. Какую задачу называют задачей Коши?
9. Какие дифференциальные уравнения называют уравнениями с разделяющимися переменными?
10. Какие дифференциальные уравнения называют линейными?
11. Как можно решить линейные однородные ДУ 1-го порядка?
12. В чем состоит особенность метода Лагранжа решения дифференциального уравнения?
13. В чем состоит особенность метода Бернулли решения дифференциального уравнения?
14. Запишите общее решение ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами в

случае действительных разных корней.
15. Запишите общее решение ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае действительных одинаковых корней.
16. Запишите общее решение ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами в случае комплексно сопряженных корней?
17. Запишите общее решение дифференциального уравнения n-го порядка.
18. 5. Как решаются линейные дифференциальные уравнения первого порядка?
19. 6. В каких случаях линейное дифференциальное уравнение второго порядка называется однородным, неоднородным?
Раздел 8. Ряды
1. Дайте определение ряда.
2. Что такое общий член ряда?
3. Что называется частичной суммой ряда?
обходимый признак сходимости ряда. Можно ли утверждать, что ряд сходится, если предел его общего члена равен нулю?
4. Радикальный признак Коши.
5. Сформулируйте признак Даламбера и интегральный признак Коши сходимости ряда. Сформулируйте теорему сравнения рядов.
6. Интегральный признак сходимости.
7. Сформулируйте признак Лейбница, сходимость знакопеременяющихся рядов.
8. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
9. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных. Какие знакопеременные ряды называются абсолютно сходящимися и какие – условно сходящимися?
10. Приведите примеры степенных рядов, имеющих нулевой, конечный и бесконечный радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда и как они определяются?
11. Назовите свойства степенных рядов.
12. Запишите ряд Маклорена.
13. Как разложить элементарную функцию в ряд Маклорена?

Критерии оценивания при текущем контроле (экспресс опрос на лекциях по текущей теме)

Оценивание текущего экспресс опроса осуществляется по шкале оценивания – зачтено/незачтено.

Количество попыток прохождения опроса и время на его прохождение – неограниченно.

Критерии оценивания при текущем контроле (экспресс опрос на лекциях по текущей теме):

- полнота и правильность ответа;
- степень осознанности, понимания изученного;
- языковое оформление ответа.

Показатели и шкала оценивания:

Шкала оценивания	Показатели
Зачтено	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий; - обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; - излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка
Не зачтено	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся неверно излагает материал, дает неправильное определение основных понятий;

	<ul style="list-style-type: none"> - не обнаруживает понимание материала, не может обосновать свои суждения, не может применить знания на практике, привести необходимые примеры; - излагает материал не последовательно.
--	---

Самостоятельное решение задач и объяснение их решения

Контрольный вопрос
Раздел 1. Введение в математический анализ. Тема 1-2
Даны множества $A = \{1; 3; 6; 8\}$, $B = \{2; 4; 6; 8\}$. Найти объединение, пересечение и разность множеств A и B .
Найти области определения функций:
1) $y = \sqrt{x-1} - \sqrt{5-x}$ 5) $y = \sqrt{(x-1)(x-2)}$
2) $y = \log_2 \sqrt{x}$ 6) $y = \log_x \sqrt{2-x}$
3) $y = \sqrt{\ln x}$ 7) $y = \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2-1}$
4) $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}-1}$ 8) $y = \frac{1}{\sqrt{-x}-\sqrt{2+x}}$
Найти области определения и построить графики функций:
1) $y = \sqrt{x}$ 6) $y = -x^2 + 1$
2) $y = \sqrt{-x}$ 7) $y = (x-1)^2 + 2$
3) $y = -\frac{1}{\sqrt{x}}$ 8) $y = \frac{1}{x^2+1}$
4) $y = \sqrt{1-x}$ 9) $y = \frac{1}{1-x}$
5) $y = x + x $ 10) $y = \sqrt{ x -1}$
Дана функция $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.
Найти: $f(2x); 2f(x); f(x^2); [f(x)]^2; f(a+1)$.
Дана функция $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$. Вычислить $f(0); f(1); f(-3); f(-2x); f(t+2)$.
Установить четность или нечетность функций $f(x) = x^2 \sqrt[3]{x} + 2 \sin x$.
Найти основные периоды функции $f(x) = \cos 8x$.
По заданным функциям $f(x)$ и $g(x)$ построить сложную функцию $y = f(g(x))$:

- 1) $f(x) = \ln x$, $g(x) = |x|$; 6) $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$;
 2) $f(x) = |x|$, $g(x) = \ln x$; 7) $f(x) = \ln x$, $g(x) = e^x$;
 3) $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sqrt{x}$; 8) $f(x) = e^x$, $g(x) = \ln x$;
 4) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sin x$; 9) $f(x) = \operatorname{tg} x$, $g(x) = \operatorname{arctg} x$;
 5) $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 1$; 10) $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $g(x) = \operatorname{tg} x$.

Построить график сложной функции $y = -3 \cos 2x$.

Раздел 2. Пределы и непрерывность. Темы 3-6

Дан общий член последовательности $\{x_n\}$: $x_n = \frac{2^n}{n+1}$.

Написать первые 7 членов последовательности.

Написать пять первых членов последовательности:

- 1) $x_n = \frac{1}{n}$; 5) $x_n = n^2 - 1$;
 2) $x_n = \frac{1}{n+1}$; 6) $x_n = 10^n$;
 3) $x_n = (-1)^n \cdot n$; 7) $x_n = 1 + \frac{1}{n^2}$;
 4) $x_n = 1 - \frac{1}{n}$; 8) $x_n = (1+n)^{\frac{1}{2}}$.

Написать формулу общего члена последовательности:

- 1) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}; \frac{1}{7}; \dots$ 3) $0; 0,9; 0,99; 0,999; \dots$
 2) $2; \sqrt{2}; \sqrt[3]{2}; \sqrt[4]{2}; \dots$ 4) $2; \frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}; \dots$

Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что

$$\lim x_n = \frac{3}{5}, \text{ если } x_n = \frac{3n^2 + 1}{5n^2 - 1}.$$

Вычислить приближенно $\sqrt{1,02}$; $\sqrt[3]{1042}$; $\sqrt{0,994}$.

Практическое занятие 5.

Найти предел функции $\frac{\sin(ax)}{bx}$ при $x \rightarrow 0$.

Используя первый замечательный предел, вычислить:

1.33. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$;	1.34. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$;
1.37. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 4x}$;	1.36. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 3x}$;
1.38. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos 2x}$;	1.39. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$;
1.40. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \cos x}$;	1.41. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x} \right)$;
1.42. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} x}{\pi - x}$;	1.43. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} x}$;

Определить характер разрыва функции $f(x) = \frac{2}{3 + 5^{1/x}}$ в точке $x = 0$.

Исследовать непрерывность функции $y = \frac{1}{x^2 - 9}$.

Исследовать непрерывность функции

$$y = \frac{1}{(x-1)(x-6)}$$

на отрезке:

1) $[2;5]$; 2) $[4;10]$; 3) $[0;7]$.

Определить характер точек разрыва функции:

$$y = \frac{x+2}{x-2};$$

Определить характер точек разрыва функции:

$$y = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$$

Найти точки разрыва функции:

1. $y = \frac{1}{x^2 + x - 2}$; 2. $y = \frac{x+5}{x^2 - 3x + 2}$;

3. $y = \frac{x}{\ln(1+x^2)}$; 4. $y = \frac{3x+2}{2x+3}$;

5. $y = \frac{x+\pi}{\sin \pi x}$; 6. $y = \frac{x+1}{x^3 - 1}$

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Темы 7-12

Исходя из определения производной, найдите производную функции:

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1) $x^2 - 6x + 8;$ | 6) $\frac{1}{\sqrt{x}};$ |
| 2) $1 + x + x^2 + x^3;$ | 7) $\sqrt[3]{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}};$ |
| 3) $-1 - x^{-1} - x^{-2};$ | 8) $x + \frac{1}{x};$ |
| 4) $2x + 2\sqrt{x};$ | 9) $2x - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3};$ |
| 5) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2};$ | 10) $-\frac{2}{5}\sqrt{x^5}.$ |

Вычислить производные:

- | | |
|---|--|
| 1) $\sin x - \cos x;$ | 4) $x - \operatorname{arctg} x;$ |
| 2) $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x};$ | 5) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x;$ |
| 3) $x - \operatorname{arcsin} x;$ | 6) $\cos x + \operatorname{arccos} x.$ |

Пользуясь правилом дифференцирования сложной функции, найти производные функций:

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------|
| 1. $y = \cos(x^2 + 2x - 4).$ | 6. $y = \sin(x^3 - 3x + 5).$ |
| 2. $y = \sin e^x.$ | 7. $y = \cos \ln x.$ |
| 3. $y = e^{2x-3}.$ | 8. $y = e^{-x^2}.$ |
| 4. $y = e^{\operatorname{tg} x}.$ | 9. $y = e^{\sin x}.$ |
| 5. $y = \ln(1 + 2\sqrt{x}).$ | 10. $y = \ln(2x^2 + 4x - 1).$ |

Найти производную $2^x - \sin(x - y) + x^5 + y^2 = 0$

Найти третью производную функции $y = 2x^5 - 3x^2 + \ln x.$

Найти пятую производную функции $y = x \ln x + \sin 3x.$

Удовлетворяют ли условиям теоремы Ролля функции:

- 1) $f(x) = x, x \in [0, 1];$
- 2) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x \in [0, 1) \\ 0, & \text{если } x = 1 \end{cases};$

Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}.$
2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{1/x}.$
3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 6x^3 + 14x^2 - 30x + 45}{x^3 - 7x^2 + 15x - 9}.$
4. Найти предел функции $\frac{2x^2 + x - 1}{5x^2 - 7x + 12}$ при $x \rightarrow \infty.$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{e^{2x} - 1}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^x - e^{\sin x}}.$$

Составить уравнения касательных к графикам функций:

$$1. y = x^2 - 3x + 2$$

в точке (3;2).

$$2. y = \sqrt{x}$$

в точке (4;2).

$$3. y = \ln x$$

в точке пересечения с осью Oх.

$$4. y = x^2 - 5x + 6$$

в точках пересечения с осью Oх.

$$5. y = e^{7x}$$

в точке пересечения с осью Oy.

Исследовать на наличие локальных экстремумов функцию

$$y = \frac{3}{4}x^4 - x^3 - 9x^2 + 7.$$

Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \frac{3}{4}x^4 - x^3 - 9x^2 + 7 \text{ на интервале } (-3; 4, 25),$$

Найти максимумы и минимумы и промежутки возрастания и убывания функций:

$$1) f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5; \quad 2) f(x) = \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3};$$

$$3) f(x) = x \ln x;$$

$$4) f(x) = x - \operatorname{arctg} 2x;$$

Найти дифференциалы функций:

$$1. y = x^3 - 3 \ln x.$$

$$5. y = \cos x \times e^x.$$

$$2. y = \sin 3x.$$

$$6. y = \operatorname{tg} \ln x.$$

$$3. y = x^2 \operatorname{arctg} x.$$

$$7. y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}.$$

$$4. y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

$$8. y = \sin 2x + 2x\sqrt{x}.$$

Раздел 4. Неопределенный интеграл. Темы 13-18

Проверить, что:

$$1) \int \frac{dx}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C;$$

$$2) \int 2\sqrt{x} dx = \frac{4x\sqrt{x}}{3} + C;$$

$$3) \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C;$$

$$4) \int e^{-5x} dx = -\frac{1}{5} e^{-5x} + C;$$

$$5) \int \frac{dx}{x^4 + x^2} = -\frac{1}{x} - \operatorname{arctg} x + C;$$

$$6) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + a}| + C;$$

Вычислить интегралы:

$$4.2. \int (5x^4 - x^2 + \sqrt{x} + \frac{2}{x}) dx.$$

$$4.3. \int (x^3 + 3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2}) dx.$$

$$4.4. \int (2^x + 1)^2 dx.$$

$$4.5. \int (\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{2}{1+x^2}) dx.$$

Практические занятия 14-15.

Вычислить интегралы:

$$1. \int \cos x \left(2 \operatorname{tg} x + \frac{e^x}{\cos x} + 4 \right) dx.$$

Вычислить интегралы:

$$2. \int \frac{2 - x \cos^2 x + 3 \operatorname{ctg}^2 x + 5 \cos^3 x}{\cos^2 x} dx.$$

Вычислить интегралы:

$$3. \int \sin x \left(1 + \frac{2}{x^3 \sin x} - 4 \operatorname{ctg} x \right) dx.$$

Вычислить интегралы:

$$4.9. \int \frac{3x - 7}{x^2 - 5x + 6} dx.$$

$$4.10. \int \frac{x + 8}{x^2 + x - 2} dx.$$

$$4.11. \int \frac{dx}{x^2 - 1}.$$

$$4.12. \int \frac{x dx}{x^2 + 3x + 2}.$$

$$4.13. \int \frac{3x^2 + 2x - 3}{x(x-1)(x+1)} dx.$$

$$4.14. \int \frac{x^2 + 2}{x(x-2)(x+1)} dx.$$

$$4.15. \int \frac{2x + 3}{(x-2)^3} dx.$$

$$4.16. \int \frac{dx}{(x-1)^2(x+1)}.$$

$$4.17. \int \frac{2x + 1}{x^2 + 4x + 5} dx.$$

$$4.18. \int \frac{4x - 3}{x^2 - 2x + 5} dx.$$

Найти интегралы:

$$\int \frac{dx}{\sin x}$$

$$\int \frac{dx}{\cos x}$$

$$\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} dx$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x}$$

$$\int \sin^4 x \cos^2 x dx$$

Раздел 5. Определенный интеграл его приложения. Темы 19-23

Практическое занятие 19.

Вычислить:

$$1. \int_1^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$2. \int_0^{\pi/2} (\sin x + \cos x) dx.$$

$$3. \int_0^1 e^{2x} dx.$$

$$4. \int_0^1 (\sqrt{x} + x^2) dx.$$

$$5. \int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2 + 1}.$$

$$6. \int_0^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx.$$

Вычислить $\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1+3x}}$.

$$\begin{aligned} \int_0^1 \ln(x+1) dx &= \left| \begin{array}{l} u = \ln(x+1) \quad du = \frac{1}{x+1} dx \\ dv = dx \quad v = x \end{array} \right| = \\ &= x \cdot \ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 x \frac{1}{x+1} dx = 1 \cdot \ln(1+1) - 0 \cdot \ln(0+1) - \\ &= - \int_0^1 \frac{x+1}{x+1} dx + \int_0^1 \frac{dx}{x+1} = \ln 2 - \int_0^1 dx + \int_0^1 \frac{d(x+1)}{x+1} = \\ &= \ln 2 - x \Big|_0^1 + \ln|x+1| \Big|_0^1 = \ln 2 - 1 + \ln|1+1| - \ln|0+1| = \\ &= \ln 2 - 1 + \ln 2 - \ln|1| = 2\ln 2 - 1 + 0 = 2\ln 2 - 1 \end{aligned}$$

Найти площади фигур, ограниченных линиями:

1. $y = e^x$, $x=0$, $x=1$, $y=0$.
2. $y = x^2 + 5x + 6$, $x=-1$, $x=2$, $y=0$.
3. $y = -x^2 + 2x + 3$, $y=0$.
4. $y = x^7$, $x=2$, $y=0$.
5. $y = \ln x$, $x=e$, $y=0$.
6. $y = \sin x$, $y=0$, $0 \leq x \leq \pi$.

Найти длину дуги кривой $y^2 = x^3$ от $x=0$ до $x=1$ ($y \geq 0$).

Найти длину дуги кривой $x = \cos^5 t$, $y = \sin^5 t$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \frac{\pi}{2}$.

Исследовать сходимость и вычислить сходящиеся интегралы:

- 1) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$; 2) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$; 3) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$; 4) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^a}$, $a > 0$.
- 5) $\int_0^{+\infty} e^x dx$; 2) $\int_{-\infty}^0 e^x dx$.

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных. Темы 24-26

Вычислить:

1. значения $F(2,3)$, $F(1,2)$, $F(2,1)$, $F(a,0)$, $F(0,a)$, если $F(x, y) = \frac{x - 2y}{y^2 - x^2}$;
2. значения $F(2,4)$, $F(4,2)$, $F(1,a)$, если $F(x, y) = x^y + \sqrt{y - 2x + 6}$.

Найти области определения функций:

1. $z = \frac{5}{x^2 + y^2}$; 2. $z = \frac{1}{x + y}$ 3. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$;

Найти частные производные 1-го порядка функций:

1. $z = x^2 - 2xy - 5y^3$. 2. $z = 2x^3 + 3x^2y - y + 5$.
3. $z = e^{x^2 - y^2}$. 4. $z = \ln(x^2 + y^2)$.

$$5. z = \frac{y}{x}.$$

$$6. z = \frac{x - y}{2x + y}.$$

$$7. z = x^y.$$

$$8. z = x^2 e^{xy}.$$

$$9. z = \operatorname{arctg}(\sqrt{x} e^y).$$

$$10. z = \arcsin \frac{y}{x}.$$

Найти частные производные 3-го порядка для функций:

$$1) z = 2x^3 + xy^2 - y^3 + y^2 - x; \quad 2) z = \frac{x^3}{\sqrt[3]{y}}.$$

Найти экстремумы функции:

$$1. z = 3x^2 + xy + 2y^2 + 4x - 7y + 15.$$

$$2. z = -x^2 + 2xy - 2y^2 + 2x + 20.$$

$$3. z = 5x^2 + 2xy - y^2 - 4x - 8y + 10.$$

$$4. z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1.$$

$$5. z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2.$$

$$6. z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y.$$

Раздел 7. Дифференциальные уравнения. Темы 27-32

1. Выяснить, является ли функция $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ решением дифференциального уравнения $2y' + y^3 = 0$.
2. Выяснить, является ли функция $y = x + Cx^2$ решением дифференциального уравнения $xy' - 2y + x = 0$.
3. Является ли функция $y = Ce^{x^2} + x$ решением дифференциального уравнения $y' - 2xy + x^2 = 0$?
4. Является ли функция $y = e^{\sin x} + C \cos x$ решением дифференциального уравнения $y' - y \cos x = 0$?

Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

$$1. \cos x (1 + y^4) dx = 2y dy.$$

$$2. \operatorname{tg} x \cdot y' = \operatorname{ctg} y.$$

$$3. \sqrt{x} y' - (1 + 3x)y = 0.$$

$$4. (\sqrt{\sin x} \cdot y + \sqrt{\sin x}) y' - \sqrt{y} \cos x = 0.$$

Практическое занятие 29-30 .

$$1. y' - \frac{3y}{x} = x^3 \sin x.$$

$$3. y' + y \operatorname{tg} x = 2 \cos^2 x.$$

$$2. y' - 2y = 5e^x.$$

$$4. y' - 2xy = \frac{e^{x^2}}{1 + x^2}.$$

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $xy' = 2x^3 e^{\frac{-y}{x}} + y$.

2. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$3. y' = \frac{x^2 + y^2}{2x^2}.$$

4. Найти решение уравнения $y' + 6x^2 y = 0$.

5. Найти общее решение уравнения $y' = \frac{y}{x} + x^2$.

6. Найти общее решение уравнения $y' + 2xy = 3x$.

7. Дано дифференциального уравнения $y' = x^2 + 2xy \ln x$. Является ли приведенное уравнение линейным?

8. Найти частное решение уравнения $xy' + y = x(3x - 2)$; $y(2) = 2,5$.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' = 2$.

2. Найти общее решение уравнения $y'' = \sin x$.

3. Найти частное решение уравнения $(1 + x^2)y'' - 2xy' = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y|_{x=1} = 0$; $y'|_{x=1} = 1$.

4. Найти общее решение уравнения $1 + y'^2 = 2yy''$.

5. Найти общее решение уравнения $y'' + 4y' - 21y = 0$.

6. Найти общее решение уравнения $y'' + 4y' = 0$.

Раздел 8. Ряды. Темы 33-36

Вычислить первые четыре члена ряда:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$.

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$. 6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$.

Найти формулу для общего члена ряда:

1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \dots$

2. $\frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} - \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots$

3. $5 - \frac{5^2}{4} + \frac{5^3}{9} - \frac{5^4}{16} + \dots$

Проверить, выполнено ли необходимое условие сходимости ряда:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{7n+100}$. 2. $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{1}{n})^n$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{7^n}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$.

Проверить, выполнено ли необходимое условие сходимости ряда:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{7n+100}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{1}{n})^n$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+2}$.

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{7^n}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$.

1. Определить радиус сходимости степенного ряда.

$$1 + \frac{x^3}{125} + \frac{x^6}{125^2} + \frac{x^9}{125^3} + \dots$$

2. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = e^x$

3. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = \ln(1+x)$.

4. Вычислить приближенно с точностью до 0,0001 значение $\sqrt[5]{36}$

Критерии оценивания при текущем контроле (самостоятельное решение задач и объяснение их решения)

Оценивание текущего контроля по самостоятельной работе на практических занятиях осуществляется по номинальной шкале – зачтено/незачтено. Общая оценка каждого ответа осуществляется в отношении полноты объяснения теории, метода и способа решения задачи к общему содержанию решения задачи (выражается в процентах).

За ответ ставится оценка «зачтено» при общей оценке 75%.

Количество попыток и время на объяснения хода решения задач – неограниченно.

Критерии оценивания при текущем контроле (самостоятельное решение задач и объяснение их решения):

- правильность решения задачи на основе физических законов и методов математического анализа;
- знает и понимает законы физики и умеет их использовать при решении задач и объяснении их решения, в том числе связанных с профессиональной деятельностью;
- языковое оформление ответа.

Показатели и шкала оценивания:

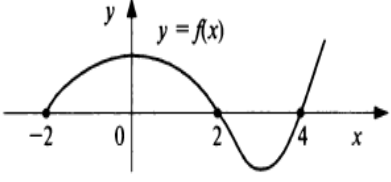
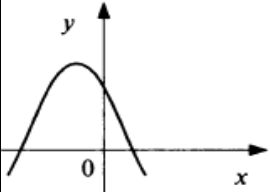
Шкала оценивания	Показатели
Зачтено	<ul style="list-style-type: none"> - содержание ответа в целом соответствует решению задачи; - обнаруживает владение понятийно-терминологическим аппаратом дисциплины, отсутствуют ошибки в употреблении терминов; - демонстрирует умение аргументировано излагать собственную точку зрения; - объяснение решения задачи сопровождается адекватными иллюстрациями (схемами, чертежами), необходимыми для решения; - работа выполнена аккуратно, без помарок и исправлений
Не зачтено	<ul style="list-style-type: none"> - если содержание ответа не соответствует теме задачи или соответствует ему в очень малой степени; - допускает ошибки в использовании терминологии, - пояснение излагается беспорядочно и неуверенно; - отсутствует аргументация изложенной точки зрения, нет собственной

	позиции; – работа выполнена неаккуратно, с обилием помарок и исправлений
--	---

Тестовые задания для самоподготовки обучающихся

Тест 1. Раздел 1. Введение в математический анализ (Тема 1-Тема 3)

Вопрос	Ответы
1. Абсолютной величиной (или модулем) действительного числа x называется неотрицательное действительное число, удовлетворяющее условиям:	1) $ x = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$ 2) $ x = \begin{cases} x, & \text{если } x = 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$ 3) $ x = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x = 0 \end{cases}$ 4) $ x = \begin{cases} x, & \text{если } x \leq 0 \\ -x, & \text{если } x > 0 \end{cases}$
2. К какому типу чисел можно отнести дробные отрицательные числа?	1) Натуральные числа 2) Дроби числа 3) Отрицательные числа 4) Рациональные числа 5) Иррациональные числа 6) Вещественные числа 7) Комплексные числа
3. В каком веке введены комплексные числа	1) 15 в. 2) 16 в. 3) 17 в. 4) 18 в. 5) 19 в.
4. отрезком называется интервал	1) $(a < b)$ 2) $a \leq x < b$ 3) $a \leq x \leq b$
5. Даны множества $A = \{1; 3; 6; 8\}$, $B = \{2; 4; 6; 8\}$ Новое множество $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$ называется	1) Пересечение 2) Объединение 3) Разность
5. Как называется данное множество $Q = \left\{ \frac{p}{q}; (p \in Z) \cap (q \in Z), q \neq 0 \right\}$	1) множество натуральных чисел. 2) множество целых чисел; 3) множество рациональных чисел; 4) множество действительных чисел; 5) множество иррациональных чисел;
6. Дана функция	1) 4

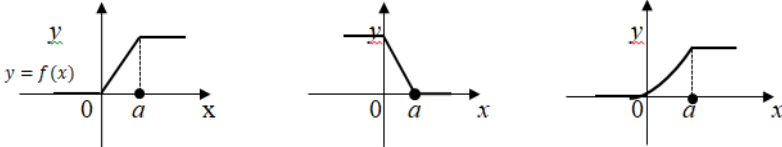
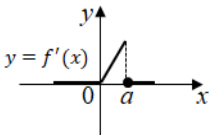
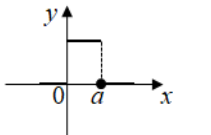
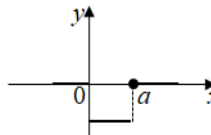
$f(x) = 3x^2 - 2x - 1$. Вычислить $f(-3)$.	2) 1 3) 17 4) -4 5) -11
7. какой из способов задания функции не используется	1) Табличный 2) Эскиз 3) Рисунок 4) График 5) Аналитический
8. определите четность функции $y = \frac{x}{x^4 + 1}$	1) Четная 2) Нечетная 3) Общего вида
9. Верно ли утверждение: функция $f(x)$ называется ограниченной на промежутке X , если существует такое положительное число $M > 0$, что $ f(x) \leq M$ для любого $x \in X$.	1) Да 2) Нет
10. является ли функция целой алгебраической $y = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ n - целое неотрицательное число	1) Является 2) Не является
<div style="text-align: center;">  </div> <p>11. Дан график функции $y = f(x)$. Сколько различных действительных корней имеет уравнение</p>	1) 1 2) 2 3) 3 4) 4
12. Выяснить, каким условиям удовлетворяют a, b, c , если график функции $y = a(x + b)^2 + c$ имеет вид: <div style="text-align: center;">  </div>	1) $a > 0; b < 0; c > 0$. 2) $a < 0; b > 0; c < 0$; 3) $a > 0; b > 0; c < 0$; 4) $a < 0; b > 0; c > 0$.

ТЕСТ 2. Раздел 2. Пределы и непрерывность (Тема 4 -Тема 7)

Вопрос	Ответы
1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10}$	1) -12 2) 0 3) ∞ 4) $\frac{8}{9}$
2. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$	1) $-1,2$ 2) 0 3) ∞ 4) $\frac{1}{2}$ 5) $10,5$
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}$	1) $\frac{1}{13}$ 2) 0∞ 3) $\frac{11}{5}$ 4) $-\frac{5}{4}$
4. Выяснить, чему равен $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$	1) ∞ ; 2) -1 ; 3) не существует; 4) 1 .
5. какие из перечисленных функций бесконечно малые при $x \rightarrow 0$:	1) $y = \frac{1}{x}$; 2) $y = x^{10}$; 3) $y = \sin \frac{x}{3}$; 4) $y = \cos 2x$; 5) $y = \frac{1}{\cos 3x}$.
6. какие из перечисленных функций бесконечно большие при $x \rightarrow 0$:	1) $y = \sqrt[9]{x}$; 2) $y = \operatorname{tg} x$; 3) $y = \log_{0,5} x$; 4) $y = \frac{1}{x-2}$; 5) $y = \operatorname{arctg} x$;
7. Произведение двух бесконечно малых и бесконечно большой величин является:	1) бесконечно малой величиной; 2) бесконечно большой величиной; 3) неопределенностью.

8. Выяснить, какие из перечисленных функций непрерывны в точке $x=0$:	1) $y = \frac{1}{x}$; 2) $y = \sqrt{x+1}$; 3) $y = \begin{cases} 1, & \text{при } x \leq 0 \\ x, & \text{при } x > 0 \end{cases}$; 4) $y = \begin{cases} -x, & \text{при } x < 0 \\ 0, & \text{при } x = 0 \\ x, & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$; 5) $y = \operatorname{tg} x$.
9. Произведение двух бесконечно малых величин является:	1) бесконечно малой величиной; 2) бесконечно большой величиной; 3) неопределенностью.
10. Выяснить, чему равен $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$:	1) ∞ ; 2) -1; 3) не существует; 4) 1.

Тест 3. Раздел 3. (Тема 8 -Тема 12)

Вопрос	Ответы
1. Выяснить, какие функции являются непрерывными, но не дифференцируемыми в точке x_0 :	1) $y = x + 2 , x_0 = 2$; 2) $y = x - 5 , x_0 = 5$; 3) $y = \sqrt[5]{x - 8}, x_0 = 8$; 4) $y = \operatorname{tg} x + \frac{\pi}{4}, x_0 = \pi$; 5) $y = \sqrt{3x^2 - 4x + 1}, x_0 = 0$.
2. Выяснить, какие из функций являются дифференцируемыми в точке $x_0 = 1$:	1) $y = \operatorname{tg}(1 + \sqrt{x})$; 2) $y = x \arccos x$; 3) $y = \sqrt[5]{x^2 - 8x + 3}$; 4) $y = x^2 \ln(1 + x^2)$; 5) $y = 3x - 2 $.
3. Установить соответствие между графиками функций $y = f(x)$ (1,2,3) и их производными $y' = f'(x)$ (а, б, в):	 1)  2)  3)  а) б) в)
4. Вычислить значение	1) -2

<p>производной функции $y = x^2 + 2xy^2$, в точке $M(2; -1)$.</p>	<p>2) 4 3) 0 4) -14</p>
<p>5. Производная функции $y = x \sin 4x$ равна:</p>	<p>1) $4x \sin 4x + \cos 4x$; 2) $-4x \sin 4x + \cos 4x$ 3) $-4x \cos 4x + \sin 4x$ 4) $4x \cos 4x + \sin 4x$</p>
<p>6. Производная второго порядка $y = \frac{3}{2x + 5}$ равна ...</p>	<p>1) $\frac{12}{(2x+5)^3}$ 2) $\frac{6}{(2x+5)^3}$</p>
<p>7. Производная $y = \sin^3 x$ имеет вид:</p>	<p>1) $3 \sin^2 x \cdot \cos x$; 2) $-3 \sin^2 x \cdot \cos x$; 3) $3 \sin^2 x$; 4) $3 \cos^2 x$.</p>
<p>8. Производная $y = \frac{2}{x - 25}$ равна ...</p>	<p>1) $\frac{2}{(x - 25)^2}$ 2) $\frac{x - 25}{(x + 25)^3}$ 3) $\frac{-6}{(2x + 5)^2}$ 4) $\frac{-2}{(x - 25)^2}$</p>
<p>9. Найдите производную второго порядка для функции $y = \frac{3}{2x + 5}$</p>	<p>1) $\frac{12}{(2x + 5)^3}$ 2) $\frac{6}{(2x + 5)^3}$ 3) $\frac{-6}{(2x + 5)^2}$ 4) $\frac{24}{(2x + 5)^3}$</p>
<p>10. Проволока длиною L согнута в прямоугольник Каковы размеры этого прямоугольника, если его площадь наибольшая?</p>	<p>1) $\left. \begin{array}{l} x = \frac{l}{4} \\ y = \frac{l}{4} \end{array} \right\}$ 2) $\left. \begin{array}{l} x = \frac{l}{2} \\ y = \frac{l}{4} \end{array} \right\}$</p>

	$3) \left. \begin{array}{l} x = \frac{l}{3} \\ y = \frac{l}{4} \end{array} \right\}$ $4) \left. \begin{array}{l} x = \frac{l}{4} \\ y = \frac{l}{6} \end{array} \right\}$ $5) \left. \begin{array}{l} x = \frac{l}{4} \\ y = \frac{l}{3} \end{array} \right\}$										
<p>11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x + 1$ на интервале $[4, 6]$</p>	<table> <tbody> <tr> <td>1) $f(x) = 9$</td> <td>$f(x) = 13$</td> </tr> <tr> <td>2) $f(x) = 4$</td> <td>$f(x) = 13$</td> </tr> <tr> <td>3) $f(x) = 13$</td> <td>$f(x) = 10$</td> </tr> <tr> <td>4) $f(x) = 9$</td> <td>$f(x) = 11$</td> </tr> <tr> <td>5) $f(x) = 13$</td> <td>$f(x) = 11$</td> </tr> </tbody> </table>	1) $f(x) = 9$	$f(x) = 13$	2) $f(x) = 4$	$f(x) = 13$	3) $f(x) = 13$	$f(x) = 10$	4) $f(x) = 9$	$f(x) = 11$	5) $f(x) = 13$	$f(x) = 11$
1) $f(x) = 9$	$f(x) = 13$										
2) $f(x) = 4$	$f(x) = 13$										
3) $f(x) = 13$	$f(x) = 10$										
4) $f(x) = 9$	$f(x) = 11$										
5) $f(x) = 13$	$f(x) = 11$										
<p>12. Найти интервалы монотонности функции $y = x^2 - 2x$</p>	<p>1) на $(-\infty; 1]$ - убывает; на $(1; \infty)$ - возрастает</p> <p>2) на $(-\infty; 0]$ - убывает; на $[0; \infty)$ - возрастает</p> <p>3) на $(-\infty; 1]$ - возрастает; на $(1; \infty)$ - убывает</p> <p>4) на $(-\infty; 0]$ - возрастает; на $(0; \infty)$ - убывает</p> <p>5) возрастает на всей числовой прямой</p>										
<p>13. Исследовать на экстремум функцию $y = (x - 1)^3$</p>	<p>1) нет точек экстремума</p> <p>2) $x = 1$ - точка min</p> <p>3) $x = 1$ - точка max</p>										

	4) $x = 0$ – точка min 5) $x = 3$ – точка max
14. Найти дифференциал функции $y = \operatorname{arctg} e^{2x}$	1) $dy = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{4x}} dx$ 2) $dy = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}} dx$ 3) $dy = \frac{2e^{2x}}{\sqrt{1 + e^{2x}}} dx$ 4) $dy = \frac{e^{2x}}{1 + e^{4x}} dx$ 5) $dy = \frac{-2e^{2x}}{1 + e^{4x}} dx$
15. Вычислить приближенно с помощью дифференциала $\sqrt[4]{15,8}$	1) 1,9938 2) 1,900 3) 1,8938 4) 1,8999 5) 1,8399

Тест 4. Раздел 4. Неопределенный интеграл (Тема 13 - Тема 17)

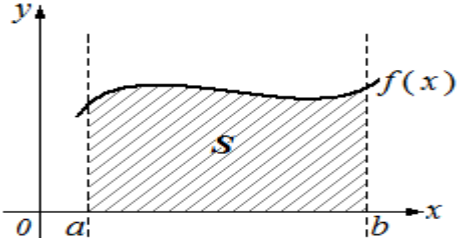
Вопрос	Ответы
1. Что называется интегрированием?	1) Операция нахождения интеграла 2) Преобразование выражения с интегралами 3) Предел приращения функции к приращению аргумента
2. Когда применяется метод интегрирования неопределенных интегралов по частям?	1) когда функция имеет квадратный корень 2) когда подынтегральное выражение содержит множители функций $\operatorname{arcsin}(x)$, $\operatorname{arccos}(x)$, $\ln(x)$ 3) не применяется нигде 4) когда функция имеет квадратный корень
3. Для чего используют метод замены переменной (метод подстановки) интеграла?	1) чтобы свести исходный интеграл к более простому с помощью перехода от старой переменной интегрирования к новой переменной; 2) просто необходимо выполнить какие-

	<p>нибудь преобразования</p> <p>3) для усложнения подынтегральной функции</p> <p>4) для того, чтобы потом можно было бы использовать метод Ньютона - Лейбни</p>
4. Выберите первообразную для функции $f(x)=4x-1$	<p>1) $F(x)=16x^2-x$</p> <p>2) $F(x)=2x^2$</p> <p>3) $F(x)=16x^2-x+1$</p> <p>4) $F(x)=2x^2-x+1$</p> <p>5) $F(x)=16x^2$</p>
5. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x)=-5$	<p>1) $-5x+C$</p> <p>2) $-5x$</p> <p>3) $-5+C$</p> <p>4) $5x+C$</p>
6. Формула Ньютона-Лейбница имеет вид:	<p>1) $\int f(x)dx = F(x) + C$</p> <p>2) $F(x) + C$</p> <p>3) $\int f(x)dx$</p>
7. Неопределенным интегралом от функции $f(x)$ называется	<p>1) множество всех его первообразных функций $F(x) + C$.</p> <p>2) подынтегральная функция $f(x)$;</p>
8. если $f(x) = x^2$, первообразной для неё является	<p>1) $x^3/3$</p> <p>2) $x^3/3 - 7$</p> <p>3) $x^3/3 + C$</p> <p>4) $x^3/3 + 5$</p> <p>5) Нет правильного ответа</p>
9. Формула нахождения $d\left(\int f(x)dx\right) = d(F(x) + C) = F'(x)dx$	<p>1) Дифференциала от неопределенного интеграла</p> <p>2) Производной от НИ</p>
10. Всякая формула интегрирования сохраняет свой вид при подстановке вместо независимой переменной любой дифференцируемой функции от нее. Как называется данное свойство НИ?	<p>1) Инвариантность формулы интегрирования</p> <p>2) Ничего не определяет</p> <p>3) Метод подстановки, замены переменной при интегрировании</p>

Тест 5. Раздел 5. Определенный интеграл и его приложения (Тема 18 -Тема 21)

Вопрос	Ответы
1. Геометрический смысл определенного интеграла $S_{aAbb} = \int_a^b f(x)dx$	<p>1) площадь криволинейной трапеции $aABb$, ограниченной графиком функции $y = f(x)$, прямыми $x = a$, $x = b$ и осью Ox.</p> <p>2) площадь прямоугольника $aABb$, ограниченной графиком функции $y = f(x)$,</p>

	прямыми $x = a$, $x = b$ и осью Ox
2. Как называется функция, для которой существует определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$	1) называется интегрируемой на этом отрезке 2) дифференцируемой на этом отрезке
3. Формула Ньютона - Лейбница. Выберите правильную формулировку	1) Интеграл от дифференциала функции $F(x)$ равен приращению функции $F(x)$ на промежутке интегрирования 2) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ 3) $\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big _a^b = F(b) - F(a)$
4. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$	1) При перестановке пределов интегрирования знак интеграла меняется на противоположный 2) При перестановке пределов интегрирования знак интеграла не меняется на противоположный
5. Если функция $y = f(x)$ интегрируема на отрезке $[a;b]$ и $a < c < b$, то можно ли отрезок интегрирования разбивать на части:	1) Нет 2) Да
6. Геометрический смысл данного интеграла $f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$	1) Интеграл в точке $x=c$ 2) Среднее значение функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$. 3) Число
7. Производная определенного интеграла по переменному верхнему пределу равна	1) подынтегральной функции, в которой переменная интегрирования заменена этим пределом 2) подынтегральной функции 3) производной подынтегральной функции
8. Вычислить $\int_0^5 \frac{xdx}{\sqrt{1+3x}}$	1) -10 2) 4 3) 32
9. Как называется формула $\int_a^b u dv = uv \Big _a^b - \int_a^b v du$	1) Ньютона-Лейбница 2) Коши 3) Интегрирования по частям 4) Интегрирование заменой переменной
10. по какой из формул нужно высчитывать площадь для данной фигуры	1) $S = \int_a^b f(x)dx$ 2) $S = \int_a^b y dx$

	$3) S = -\int_a^b f(x)dx$
<p>11. площадь находится по формуле</p> $S = \left \int_{\alpha}^{\beta} y(t) \cdot x'(t) dt \right $	<p>1) Если криволинейная трапеция ограничена кривой, прямыми $x = a$ и $x = b$ и осью Ox 2) Если криволинейная трапеция ограничена кривой, заданной параметрически $x = x(t), y = y(t) \quad t \in (\alpha; \beta)$, прямыми $x = a$ и $x = b$ и осью Ox</p>
<p>12. Вычисление длины дуги плоской кривой, если кривая задана в полярных координатах</p>	<p>1) $L = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2} dx$ 2) $L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{x_t'^2 + y_t'^2} dt$ 3) $L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi$</p>
<p>13. Несобственный интеграл</p>	<p>1) один из концов или оба отрезка интегрирования удалены в бесконечность 2) функция не ограничена на отрезке интегрирования 3) пп.1 и 2</p>
<p>14. Исследовать на сходимость интеграл</p> $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+3^x)}$	<p>1) Сходится 2) Расходится 3) Не существует</p>
<p>15. Чему равен несобственный интеграл</p> $\int_1^{+\infty} \ln \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} dx$	<p>1) Расходится 2) Не существует 3) 1</p>
<p>16. Вычислить несобственный интеграл</p> $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$	<p>1) π 2) $\pi/2$ 3) 0 4) 2π</p>

Тест 6. Раздел 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных (Тема 22 – Тема 23)

<p>1. Область определения функции $Z = \ln(x + y)$</p>	<p>1) вся плоскость 2) точки правее (выше) прямой $y = -x$ 3) множество $\{(x, y) x > 0, y > 0\}$. 4) 2</p>
---	--

2. Функция $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ имеет область определения	1) круг $x^2 + y^2 \leq 1$ 2) $x > 0$ и $y > 0$. 3) вся плоскость
3. Функция двух переменных, как и функция одной переменной, может быть задана	1) разными способами 2) табличным 3) аналитическим 4) Графическим
4. Функция $z = f(x, y)$ называется непрерывной в точке $M_0(x_0, y_0)$, если она:	1) определена в этой точке и некоторой ее окрестности; 2) имеет предел $\lim_{M \rightarrow M_0} f(M)$, 3) этот предел равен значению функции $z = f(x, y)$ в точке M_0
5. Функция $f(x, y)$ называется дифференцируемой в точке (x, y) ,	1) если она имеет в этой точке полный дифференциал. 2) если она дифференцируема в этой точке
6. Вычислить приближенно $1,024^{4,05}$, исходя из значения функции $z = x^y$ при $x=1, y=4$ и заменяя ее приращение дифференциалом.	1) 1,308 2) 1,096 3) 2,001
7. сколько частных производных второго порядка имеет функция $z = f(x, y)$	1) 2 2) 3 3) 4 4) 8
8. Как называются эти производные?	1) Производные второго порядка 2) Смешанные производные
9. Найти экстремумы функции $z = x^3 + y^3 - 3xy$.	1) $x_1=1; y_1=1; Z_{min}=-1$ 2) $x_1=1; y_1=1; Z_{max}=1$ 3) $x_1=0; y_1=0; \text{ не определено}$ 4) $x_1=0; y_1=1; Z_{min}=-1$
10. Пусть производится два вида товаров, обозначим их количества через x и y . Пусть цены на эти товары $p_1 = 8, p_2 = 10$, а функция затрат $C = x^2 + xy + y^2$. Найти максимум прибыли.	1) $x=0; y=1; P_{min}=-1$ 2) $x=2; y=4; P_{max}=28$ 3) $x=4; y=2; P_{max}=8$

Тест 7. Раздел 7. Дифференциальные уравнения (Тема 24 – 27)

1. Дифференциальное уравнение это уравнение, связывающее	1) независимую переменную, 2) искомую функцию 3) её производные 4) пп. 1,2,3
2. Дифференциальное уравнение может не содержать в явном виде независимую переменную и искомую функцию	1) да 2) нет
3. Задача нахождения решения уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее начальному условию $f(x_0) = y_0$, называется	1) задачей Лагранжа 2) Задачей Коши 3) Задачей определения частного решения

	ДУ
4. Всякое решение $y = \varphi(x, C_0)$, получающееся из общего решения $y = \varphi(x, C)$ при конкретном значении $C = C_0$, называется частным решением.	1) Верно 2) Не верно
5. $y' = 5$; $y(2) = 20$. Найдите C	1) 5 2) 10 3) 25 4) 20
6. Как называется такое ДУ? $y' = f_1(x) \cdot f_2(y)$ или $f_1(x)dx = f_2(y)dy$	1) уравнением с разделяющимися переменными 2) уравнением с разделенными переменными
7. Можно представить в виде уравнением с разделяющимися $xy' = x^2 + y^2$	1) да 2) нет
8. Дифференциальное уравнение первого порядка называется однородным, если его можно представить в виде	1) $y' = \varphi\left(\frac{y}{x}\right)$ 2) $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$
9. $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$	3) ДУ высших порядков 4) Общий вид ДУ n-го порядка
10. Задача Коши для уравнения n-го порядка	1) найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальным условиям 2) найти общее решение дифференциального уравнения
11. $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$	1) однородное ДУ 2) линейное ДУ 3) общее решение ДУ 4) линейным неоднородным уравнением.
12. Найдите решение ДУ $y'' = 2$ при $y _{x=2} = 5$; $y' _{x=1} = 2$	1) $y = x^2 - x + 3$ 2) 10 3) 3 4) -4

Тест 8. Раздел 8. Ряды (Тема 28 – Тема 30)

1. Числовым рядом называется	1) бесконечная последовательность чисел, соединенных знаком сложения 2) последовательность чисел 3) последовательность чисел, соединенных знаком сложения
------------------------------	---

<p>2. Если $u_n = \frac{1}{2^n}$, то ряд имеет вид</p>	<p>1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ 2) $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$ 3) $\frac{1}{11} + \frac{2}{101} + \frac{3}{1001} + \frac{4}{10001} + \dots$</p>
<p>3. Найти общий член ряда</p> $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \frac{7}{2^4} + \dots$	<p>1) $u_n = \frac{n}{10^n + 1}$ 2) $u_n = \frac{1}{n!}$ 3) $u_n = \frac{1}{2^n}$</p>
<p>4. Если существует конечный предел последовательности частичных сумм членов данного ряда при $n \rightarrow \infty$</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S,$	<p>1) ряд называется сходящимся, а число S - его суммой 2) ряд называется расходящимся, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$</p>
<p>5. Если последовательность S_n будет стремиться к бесконечности или не существует;</p>	<p>1) Ряд может расходиться 2) Ряд сходится</p>
<p>6. найдите сумму ряда</p> $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$	<p>1) Ряд сходится 2) ∞ 3) расходится 4) 1</p>
<p>7. сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$</p>	<p>1) Сходится 2) Расходится</p>
<p>8. Если для ряда $u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ существует</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = D,$ <p>то ряд сходится, если</p>	<p>1) при $D < 1$ 2) при $D > 1$ 3) $D = 1$</p>
<p>9. Если для ряда $u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ существует</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = C,$ <p>то ряд расходится, если</p>	<p>1) при $C < 1$ 2) при $C > 1$ 3) при $C = 1$</p>
<p>10. Если члены знакопеременного ряда монотонно убывают по абсолютной величине</p> $ u_1 > u_2 > u_3 > \dots > u_n > \dots$ <p>и предел его общего члена при $n \rightarrow \infty$ равен нулю, т.е.</p>	<p>1) сходится 2) расходится</p>

$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0,$	
то такой ряд	

Критерии оценивания

Оценивание текущего тестирования осуществляется по номинальной шкале – за правильный ответ к каждому заданию выставляется один балл, за не правильный – ноль. Общая оценка каждого теста осуществляется в отношении количества правильных ответов к общему числу вопросов в тесте (выражается в процентах).

Уровень знаний обучающихся, необходимых для успешного освоения материала дисциплины, определяется по набранным баллам. При оценке 75 % и более правильных ответов уровень знаний обучающихся считается *достаточным* (оценка – зачтено). При оценке, меньшей 75 % правильных ответов уровень знаний обучающихся считается *недостаточным* (оценка – незачтено).

Количество попыток прохождения теста и время на его прохождение – неограниченно.

2.3 Оценочные материалы для проведения промежуточного контроля

Вид промежуточной аттестации: зачет (1 семестр).

Условием получения отметки «зачтено» является прохождение всех тестов текущей аттестации по каждому разделу и самостоятельно решенных задач по контрольным заданиям с результатом не менее 75%.

Вид промежуточной аттестации: экзамен (2 семестр)

Условием допуска к промежуточной аттестации – экзамену является выполнение и защита (получение отметки «зачтено») по всем практическим работам и самостоятельно решенных задач, прохождение всех тестов текущей аттестации

Экзамен проводится во втором семестре изучения дисциплины.

Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов, из приведенных ниже, и одной задачи, подобной из перечня для самостоятельного решения, в равной степени охватывающих весь материал. Ответы на вопросы и решение задачи даются письменно.

Время прохождения письменного экзамена с оценкой 90 минут.

Перечень вопросов к экзамену

Контрольные вопросы
1. Понятие определенного интеграла, геометрический и экономический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница
2. Методы вычисления определенного интеграла: подстановкой и по частям.
3. Вычисление площади плоской фигуры с помощью определенного интеграла.
4. Несобственные интегралы 1-го рода, геометрическая интерпретация.
5. Несобственные интегралы 2-го рода, геометрическая интерпретация.
6. Понятие функции двух переменных, её геометрический смысл.
7. Частные и полное приращение функции нескольких переменных. Функции нескольких переменных в экономической теории.
8. Частные производные первого порядка.
9. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
10. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование неявных функций.
11. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
12. Экстремум функции двух переменных.
13. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.
14. Метод наименьших квадратов.

15. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
16. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: основные понятия, формы представления; понятие общего и частного решений, их геометрическая интерпретация; задача Коши, теорема Коши.
17. Определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными, метод его интегрирования.
18. Понятие однородного дифференциального уравнения 1-го порядка, метод его интегрирования.
19. Понятие линейного дифференциального уравнения 1-го порядка. Методы интегрирования.
20. Определение дифференциального уравнения n-го порядка: общее и частное решение; задача Коши, её геометрическая интерпретация для уравнений 2-го порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, методы их интегрирования.
22. Определение линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Вид его общего решения в зависимости от вида корней характеристического уравнения.
23. Числовые ряды. Основные определения и свойства. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения. Достаточные признаки сходимости
24. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды, основные понятия. Сходимость знакопеременного ряда
25. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды, основные понятия. Сходимость знакопеременного ряда
26. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
27. Ряд Маклорена. Применение рядов в приближенных вычислениях

Критерии оценивания промежуточного контроля – экзамена

На экзамене результирующая оценка выставляется по четырехбалльной системе (неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично).

Критерии оценивания:

- полнота и правильность ответа;
- степень осознанности, понимания изученного;
- языковое оформление ответа.

Показатели и шкала оценивания:

Шкала оценивания	Показатели
Отлично	<p>ставится при полном ответе на два вопроса и верном решении задачи при этом:</p> <ul style="list-style-type: none"> – обучающийся полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий; – обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные, в том числе из будущей профессиональной деятельности; – излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка
Хорошо	<p>выставляется при неполном ответе на два вопроса и верном решении задачи при этом:</p>

	<ul style="list-style-type: none"> - обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1-2 ошибки и 1-2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого
Удовлетворительно	<p>получает обучающийся при: 1) неполном ответе на два вопроса и неполном решении задачи; 2) неполном или неверном ответе на один из вопросов и неполном решении задачи; 3) неверных ответах на два вопроса и верном решении задачи; 4) верных ответах на два вопроса и неверном решении задачи при этом:</p> <ul style="list-style-type: none"> - обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но: - излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; - не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; - излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого
Неудовлетворительно	<p>выставляется при неверных ответах на два вопроса и неверном решении задачи при этом:</p> <ul style="list-style-type: none"> - обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, - искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал