

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«КЕРЧЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ МОРСКОЙТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ**  
**УНИВЕРСИТЕТ»**  
**ФИЛИАЛ ФГБОУ ВО «КГМТУ» В Г. ФЕОДОСИЯ**

**Приложение к рабочей программе учебной**  
**дисциплины**

**ОУПУ.01 МАТЕМАТИКА**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

Специальности – 26.02.02 Судостроение

**Феодосия, 2021**

## **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

### **1 Назначение фонда оценочных средств (ФОС) по дисциплине**

ФОС по учебной дисциплине ОУПУ.01 «Математика» для студентов специальностей 26.02.02 Судостроение – это совокупность контрольных материалов, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимся установленных результатов обучения. ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

#### **Задачи ФОС:**

- управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, определенных в ФГОС СПО по специальностям 26.02.02 Судостроение;
- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины с выделением положительных/отрицательных результатов и планирование предупреждающих/корректирующих мероприятий;
- самоподготовка и самоконтроль обучающихся в процессе обучения.

### **2 Структура ФОС и применяемые методы оценки полученных знаний**

Структурными элементами ФОС по дисциплине являются: входной контроль (предназначается для определения уровня входных знаний студентов), ФОС для проведения текущего контроля; задания для проведения промежуточной аттестации, и другие контрольно-измерительные материалы, описывающие показатели, критерии и шкалу оценивания.

Текущий контроль проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

#### **Формы текущего контроля:**

- Устный опрос по текущей теме дисциплины;
- Тестирование/контрольная работа;
- Выполнение практических заданий;
- Задания для самоподготовки обучающихся: проработка конспекта лекций и учебной литературы, выполнение домашних заданий

Проработка конспекта лекций и учебной литературы осуществляется студентами после изучения каждой новой темы.

## Применяемые методы оценки полученных знаний по темам дисциплины

Тема (раздел) дисциплины	Текущая аттестация		
	Устный (экспресс) опрос на лекциях по текущей теме	Практические задания (решение задач)	Письменная проверочная работа (тестирование/контрольная)
<b>Раздел 1 Развитие понятия о числе</b>			
<b>Тема 1.1</b> Действительные числа		+	+
<b>Тема 1.2</b> Уравнения и неравенства первой и второй степени, их системы		+	
<b>Тема 1.3</b> Числовая функция, ее свойства и графики. Преобразования графиков	+	+	
<b>Раздел 2 Корни, степени и логарифмы</b>			
<b>Тема 2.1</b> Корень и его свойства	+	+	+
<b>Тема 2.2</b> Степень и ее свойства		+	
<b>Тема 2.3</b> Логарифмы и их свойства	+	+	
<b>Раздел 3 Степенная, показательная и логарифмическая функции</b>			
<b>Тема 3.1</b> Функция степени с рациональным показателем, свойства и график.	+	+	+
<b>Тема 3.2</b> Показательная функция	+	+	
<b>Тема 3.3</b> Логарифмическая функция	+	+	
<b>Тема 3.4</b> Показательные и логарифмические уравнения	+	+	
<b>Раздел 4. Основы тригонометрии</b>			
<b>Тема 4.1</b> Определения тригонометрических функций	+	+	+
<b>Тема 4.2</b> Графики и свойства тригонометрических функций.	+	+	
<b>Тема 4.3</b> Тригонометрические уравнения и неравенства	+	+	
<b>Раздел 5. Прямые и плоскости в пространстве</b>			
<b>Тема 5.1</b> Повторение планиметрии.		+	+
<b>Тема 5.2</b> Начальные понятия стереометрии	+	+	
<b>Тема 5.3</b> Параллельность в пространстве	+	+	
<b>Тема 5.4</b> Перпендикулярность в пространстве	+	+	
<b>Раздел 6. Дифференциальное исчисление</b>			

Тема 6.1 Предел и производная функции. Правила и формулы дифференцирования.	+	+	+
Тема 6.2 Применения производной.	+	+	
<b>Раздел 7. Векторы и координаты</b>			
Тема 7.1 Координаты в пространстве.	+	+	+
Тема 7.2 Векторы в пространстве.	+	+	
<b>Раздел 8. Интегральное исчисление</b>			
Тема 8.1 Неопределенный интеграл	+	+	+
Тема 8.2 Определенный интеграл	+	+	
<b>Раздел 9. Геометрические тела и поверхности. Измерения в геометрии.</b>			
Тема 9.1. Многогранники	+	+	+
Тема 9.2. Тела вращения	+	+	+
<b>Раздел 10. Комбинаторика. Элементы теории вероятностей и математической статистики.</b>			
Тема 10.1 Комбинаторика.	+	+	+
Промежуточная аттестация в форме: дифференцированного зачета, экзамена			

## Оценочные материалы для проведения текущего контроля.

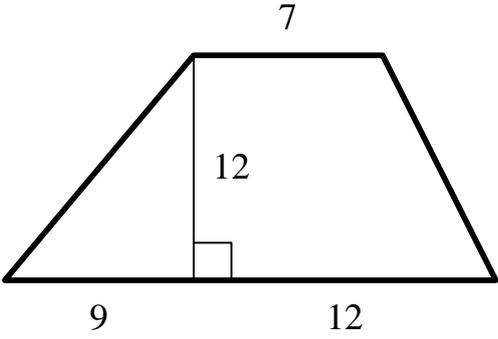
### Входной контроль

Цель входного контроля – определить начальный уровень подготовленности обучающихся, степень владения базовыми знаниями, умениями и навыками обучающихся по математике, выявить пробелы в усвоении базового уровня образования, а также установление соответствия уровня подготовки обучающегося к требованиям рабочей программы учебной дисциплины, необходимыми для дальнейшего изучения дисциплины «Математика».

Для проведения входного контроля предлагаются тест или контрольная работа (2 варианта). Длительность тестирования/контрольной работы – 45 минут

### Задание для проведения входного контроля по дисциплине

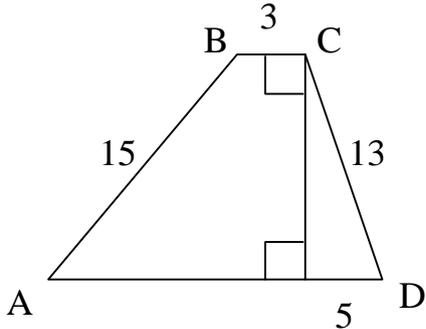
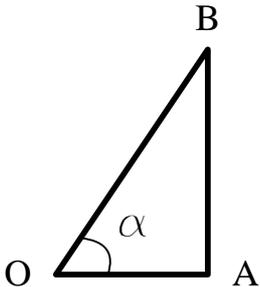
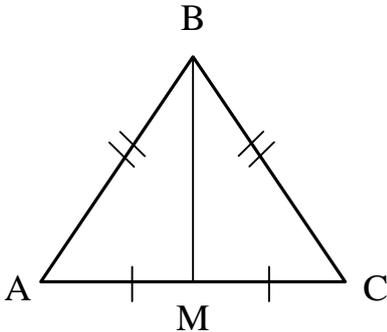
#### Вариант 1

Вопрос	Ответ
1. Найдите значение выражения: $\frac{1}{4} + 0,07$ ;	0,32
2. Найдите значение выражения: $\frac{3^{-4} \cdot 3^6}{3^4}$ ;	$\frac{1}{9}$
3. Решите уравнение: $x^2 = 6x$ ;	$x = 6$ ; $x = 0$
4. Укажите решение неравенства: $2x - 4 \geq 4x + 10$ ;	$x \in (-\infty; -7]$
5. Найдите значение выражения: $9b + \frac{5a - 9b^2}{b}$ при $a = 9$ ; $b = 36$ ;	1,25
6. Решите уравнение: $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 6 = 0$ ;	$x = \frac{1}{3}$ ; $x = -\frac{1}{2}$
7. Решите неравенство: $(2x - 4)(x + 5) \leq 0$ ;	$x \in [-5; 2]$
8. Решите систему: $\begin{cases} x + 2,6 > 0, \\ 1 + x \geq 1 \end{cases}$	$x \in [0; +\infty)$
9. Найдите площадь трапеции изображенной на рисунке: 	168
10. Найдите сторону ромба и его площадь, если его диагонали равны 6 см и 8 см.	$a = 5 \text{ см}$ ; $S = 24 \text{ см}^2$
11. Найдите синус угла АОВ изображенного на рисунке	$\sin \alpha = \frac{AB}{OB}$

<p>12. Наклонная балка поддерживается тремя столбами, стоящими вертикально на равном расстоянии друг от друга. Длины двух меньших столбов – 60 см и 90 см. Найдите длину большего столба.</p>	<p>120 см</p>

### Вариант 2

Вопрос	Ответ
1. Найдите значение выражения: $\frac{1}{3} + 0,04$ ;	0,29
2. Найдите значение выражения: $\frac{2^{-2} \cdot 2^{-3}}{2^{-5}}$ ;	1
3. Решите уравнение: $3x^2 = 7x$ ;	$x = 0$ ; $x = 2\frac{1}{3}$
4. Укажите решение неравенства: $4x + 3 \leq 5(x - 6)$ ;	$x \in [33; +\infty)$
5. Найдите значение выражения: $(4b + 9)^2 - 8b(5b + 9)$ при $b = \sqrt{22}$ ;	-447
6. Решите уравнение: $\frac{4}{3}x^2 - 48 = 0$ ;	$x = \pm 6$
7. Решите неравенство: $(3 - 6x)(2x + 1) \geq 0$ ;	$x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$
8. Решите систему: $\begin{cases} 10 - 4x > 3(1 - x), \\ 14 + x < 8x \end{cases}$	$x \in (2; 7)$
9. Найдите площадь трапеции ABCD, если CE – высота трапеции, AB=15 см, BC=3см, DE=5 см.	120 см

	
<p>10. Найдите сторону ромба и его площадь, если его диагонали равны 10 см и 24 см.</p>	$a = 13 \text{ см}; S = 120 \text{ см}^2$
<p>11. Найдите косинус угла АОВ изображенного на рисунке</p> 	$\cos \alpha = \frac{OA}{OB}$
<p>12. Сторона равностороннего треугольника равна <math>10\sqrt{3}</math> см. Найдите его медиану.</p> 	<p>15 см</p>

### Критерии оценивания входного контроля

Проверочная работа содержит 12 заданий, 2 варианта. Каждое задание оценивается 1 балл.

«3» - за 6-7 правильно выполненных заданий;

«4» - за 8-10 правильно выполненных заданий;

«5» - за 11-12 правильно выполненных заданий.

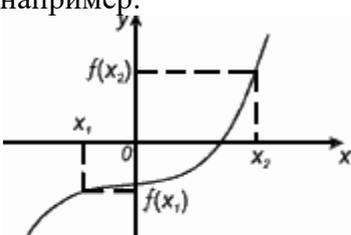
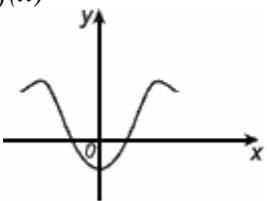
Геометрические задания обязательны для получения оценки «4» или «5»

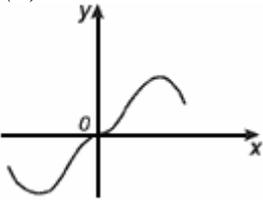
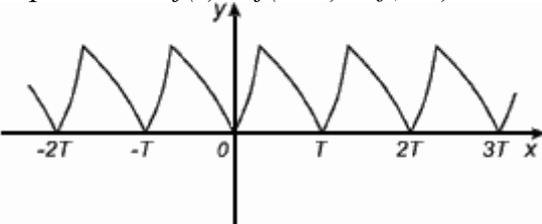
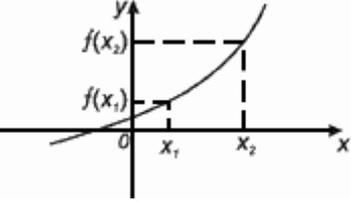
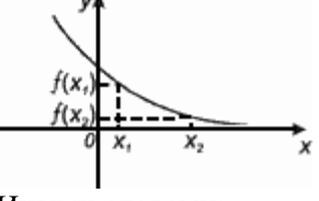
Устный опрос на лекциях по текущей теме

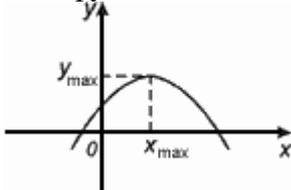
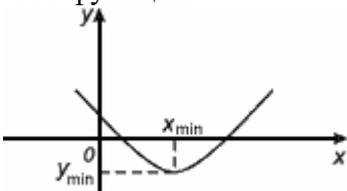
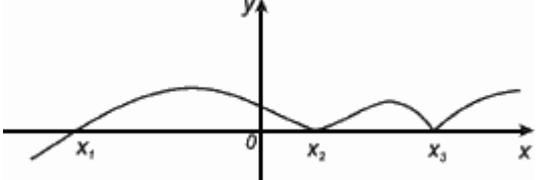
РАЗДЕЛ 1 РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ

Тема 1.3 Числовая функция, ее свойства и графики. Преобразования графиков

Лекция №1 Числовые функции их свойства и графики

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Какую функцию называют числовой?	Числовой функцией называется соответствие, которое каждому числу $x$ из некоторого заданного множества сопоставляет единственное число $y$ .
2. Обозначение числовой функции:	$y = f(x)$ , где $x$ – независимая переменная (аргумент), $y$ – зависимая переменная (функция).
3. Что является аргументом функции $y = f(x)$ ?	Независимая переменная $x$ .
4. Что является зависимой переменной функции $y = f(x)$ ?	Функция $y$ .
5. Что называется графиком функции?	Графиком функции называется множество точек плоскости с координатами $(x, f(x))$ , например: 
6. Способы задания функции.	Способы задания функции. 1. аналитический способ (с помощью математической формулы); 2. табличный способ (с помощью таблицы); 3. описательный способ (с помощью словесного описания); 4. графический способ (с помощью графика).
7. Основные свойства функции.	Основные свойства функции. 1. Четность и нечетность 2. Периодичность 3. Монотонность (возрастание, убывание) 4. Экстремумы 5. Нули функции
8. Четность и нечетность функции.	Функция называется четной, если – область определения функции симметрична относительно нуля – для любого $x$ из области определения $f(-x) = f(x)$  График четной функции симметричен относительно оси $Oy$

	<p>Функция называется нечетной, если</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– область определения функции симметрична относительно нуля</li> <li>– для любого <math>x</math> из области определения <math>f(-x) = -f(x)</math></li> </ul>  <p>График нечетной функции симметричен относительно начала координат.</p>
<p>9. Периодичность функции</p>	<p>Функция <math>f(x)</math> называется периодической с периодом <math>T \neq 0</math>, если для любого <math>x</math> из области определения <math>f(x) = f(x+T) = f(x-T)</math>.</p>  <p>График периодической функции состоит из неограниченно повторяющихся одинаковых фрагментов.</p>
<p>10. Монотонность (возрастание, убывание) функции.</p>	<p>Функция <math>f(x)</math> возрастает на множестве <math>P</math>, если для любых <math>x_1</math> и <math>x_2</math> из этого множества, таких, что <math>x_1 &lt; x_2</math> выполнено неравенство <math>f(x_1) &lt; f(x_2)</math>.</p>  <p>Функция <math>f(x)</math> убывает на множестве <math>P</math>, если для любых <math>x_1</math> и <math>x_2</math> из этого множества, таких, что <math>x_1 &lt; x_2</math> выполнено неравенство <math>f(x_1) &gt; f(x_2)</math>.</p>  <p>Иными словами:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>функция возрастает, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции;</li> <li>функция убывает, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.</li> </ul>
<p>11. Экстремумы функции.</p>	<p>Точка <math>X_{\max}</math> называется точкой максимума функции <math>f(x)</math>, если для всех <math>x</math> из некоторой окрестности <math>X_{\max}</math>, выполнено неравенство <math>f(x) \leq f(X_{\max})</math>.</p> <p>Значение <math>Y_{\max} = f(X_{\max})</math> называется максимумом</p>

	<p>этой функции.</p>  <p><math>X_{\max}</math> – точка максимума  <math>Y_{\max}</math> – максимум  Точка <math>X_{\min}</math> называется точкой минимума функции <math>f(x)</math>, если для всех <math>x</math> из некоторой окрестности <math>X_{\min}</math>, выполнено неравенство <math>f(x) \geq f(X_{\min})</math>.  Значение <math>Y_{\min}=f(X_{\min})</math> называется минимумом этой функции.</p>  <p><math>X_{\min}</math> – точка минимума  <math>Y_{\min}</math> – минимум  <math>X_{\min}, X_{\max}</math> – точки экстремума  <math>Y_{\min}, Y_{\max}</math> – экстремумы.</p>
<p>12. Нули функции.</p>	<p>Нулем функции <math>y = f(x)</math> называется такое значение аргумента <math>x</math>, при котором функция обращается в нуль: <math>f(x) = 0</math>.</p>  <p><math>X_1, X_2, X_3</math> – нули функции <math>y = f(x)</math>.  Нули функции  Нулём функции <math>y=f(x)</math> называется такое значение аргумента <math>x_0</math>, при котором функция обращается в нуль.</p>

## РАЗДЕЛ 2 КОРНИ, СТЕПЕНИ И ЛОГАРИФМЫ

### Тема 1.3 Корень и его свойства

#### Лекция № 2 Корень $n$ -ой степени и его свойства. Иррациональные уравнения.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Как можно иначе назвать корень третьей степени?	Кубический
2. Степень корня, кратная 2?	Четная
3. Степень корня $2k+1$ .	Нечетная
4. Действие, посредством которого отыскивают корень?	Извлечение
5. Как можно иначе назвать арифметический корень второй степени?	Квадратный
6. Что такое степень числа?	Произведение числа самого на себя несколько раз
7. Что такое основание степени?	Число, которое возводим в степень

8. Любое число в какой степени равно 1?	0
9. Чему равен корень n-ой степени из нуля?	0
10. Существует ли корень n-ой степени из отрицательного числа?	Нет
11. Чему равно число в первой степени?	Само число
12. Чему равно число в отрицательной степени?	Равно обратному числу
13. Чему равен корень n-ой степени из одного?	1
14. Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{-0,001}$	-0,1
15. Найдите значение выражения: $\sqrt[7]{19^7}$	19
16. Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{8m^3}$	2m
17. Сформулируйте определение иррационального уравнения?	Уравнения, в которых под знаком корня содержится переменная, называют иррациональными.
18. Алгоритм решения иррациональных уравнений давайте составим.	Алгоритм решения иррациональных уравнений: 1.Найти ОДЗ (если не делаем проверку) 2.Возвести обе части уравнения в степень, равную степени корня. 3.Решить полученное уравнение. 4.Выбрать корни, подходящие по ОДЗ или проверив подстановкой в исходное уравнение. 5.Записать ответ.
19. Решить уравнение: $\sqrt{x^4 + 19} = 10$ .	Возведём обе части уравнения в квадрат, получим: $x^4 + 19 = 100$ ; $x^4 = 81$ ; $x_1 = -3$ ; $x_2 = 3$ . Проверка. Если $x_1 = -3$ , то $\sqrt{(-3)^4 + 19} = 10$ , $10=10$ – верно. Значит, $x_1 = -3$ – корень уравнения. Если $x_1 = 3$ , то $\sqrt{3^4 + 19} = 10$ , $10=10$ – верно. Значит, $x_1 = 3$ – корень уравнения. Ответ. $-3; 3$ .

### Тема 2.3 Логарифмы и их свойства

#### Лекция № 3 Логарифмы. Свойства логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы.

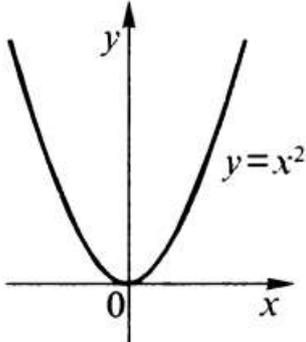
Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Дайте определение логарифму числа $x$ ?	Корень уравнения $a^x = b$ , где $a > 0$ , $a \neq 1$ , $b > 0$ , называют логарифмом числа $b$ по основанию $a$ и обозначают $\log_a b = x$ .

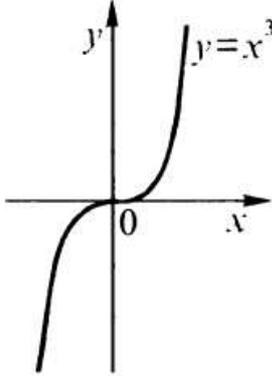
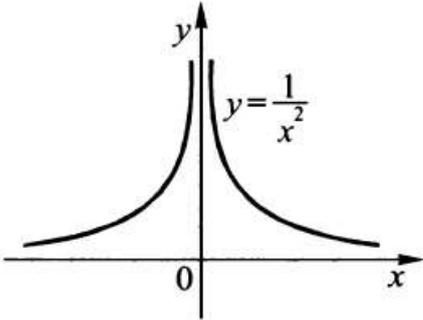
2. Найдите значение выражения: $\log_2 8$	3
3. Найдите значение выражения: $\log_7 7$	1
4. Запишите основное логарифмическое тождество.	$a^{\log_a b} = b$ , где $a > 0, a \neq 1, b > 0$ .
5. Найдите значение выражения: $4^{\log_4 5}$	5
6. Используя свойства логарифмов, запишите чему равно выражение: $\log_a (bc)$	$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$
7. Используя свойства логарифмов, запишите чему равно выражение: $\log_a \frac{b}{c}$	$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
8. Используя свойства логарифмов, запишите чему равно выражение: $\log_a b^r$	$\log_a b^r = r \log_a b$
9. Что называют десятичным логарифмом числа?	Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут $\lg b$ вместо $\log_{10} b$ .
10. Что называют натуральным логарифмом числа?	Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию $e$ , где $e$ - иррациональное число $e \approx 2,7$ . При этом пишут $\ln b$ вместо $\log_e b$ .
11. Формула перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ , где $a > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1$ .

### РАЗДЕЛ 3 СТЕПЕННАЯ, ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ

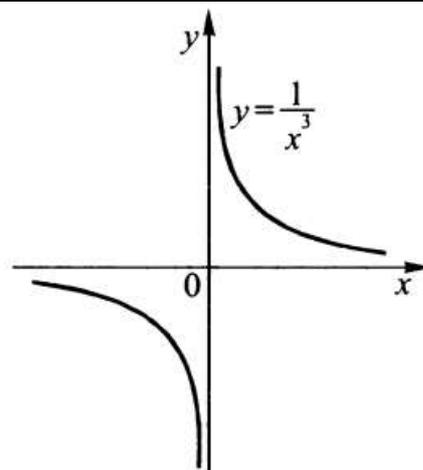
#### Тема 3.1 Функция степени с рациональным показателем, свойства и график

#### Лекция №4 График и свойства степенных функций в зависимости от показателя степени.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Какую функцию называют степенной?	Функция вида $y = x^p$ , где $p$ – действительное число, называется степенной.
2. График и свойства функции $y = x^{2n}$ , где $n$ – натуральное число	 <p>Свойства функции <math>y = x^{2n}</math>, где <math>n</math> – натуральное число: 1. <math>D(y) = \mathbb{R}</math>;</p>

	<p>2. <math>E(y)=[0; +\infty)</math>;</p> <p>3. четная;</p> <p>4. убывает на промежутке <math>x \leq 0</math>, возрастает на промежутке <math>x \geq 0</math>.</p>
<p>3. График и свойства функции <math>y = x^{2n-1}</math>, где <math>n</math> – натуральное число</p>	 <p>Свойства функции <math>y = x^{2n-1}</math>, где <math>n</math> – натуральное число:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>D(y)=\mathbb{R}</math>;</li> <li>2. <math>E(y)=\mathbb{R}</math>;</li> <li>3. нечетная;</li> <li>4. возрастающая на всей действительной оси.</li> </ol>
<p>4. График и свойства функции <math>y = x^{-2n}</math>, где <math>n</math> – натуральное число</p>	 <p>Свойства функции <math>y = x^{-2n}</math>, где <math>n</math> – натуральное число:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>D(y)=(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)</math>;</li> <li>2. <math>E(y)=(0; +\infty)</math>;</li> <li>3. четная;</li> <li>4. возрастающая на промежутке <math>x &lt; 0</math> убывающая на промежутке <math>x &gt; 0</math>.</li> </ol>

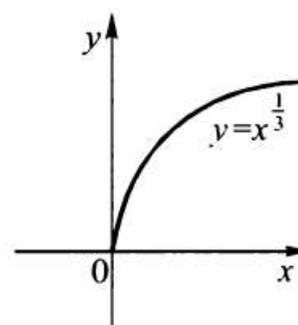
5. График и свойства функции  $y = x^{-(2n-1)}$ , где  $n$  – натуральное число



Свойства функции  $y = x^{-(2n-1)}$ , где  $n$  – натуральное число:

1.  $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;
2.  $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;
3. нечетная;
4. убывающая на промежутках  $x < 0$  и  $x > 0$ .

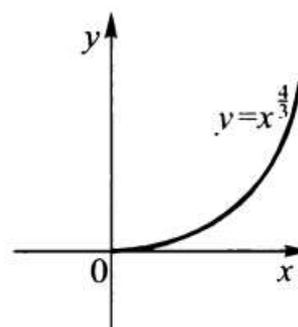
6. График и свойства функции  $y = x^p$ , где  $p$  – положительное действительное нецелое число,  $0 < p < 1$ .



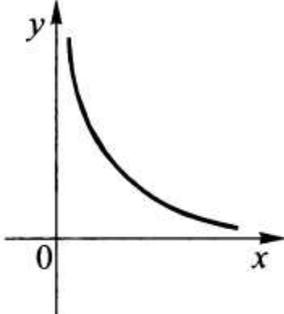
Свойства функции  $y = x^p$ , где  $p$  – положительное действительное нецелое число,  $0 < p < 1$ :

1.  $D(y) = [0; +\infty)$ ;
2.  $E(y) = [0; +\infty)$ ;
3. не имеет класса четности;
4. возрастающая на промежутке  $x \geq 0$ .

7. График и свойства функции  $y = x^p$ , где  $p$  – положительное действительное нецелое число,  $p > 1$ .



Свойства функции  $y = x^p$ , где  $p$  – положительное

	<p>действительное нецелое число,  <math>p &gt; 1</math>:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>D(y)=[0; +\infty)</math>;</li> <li><math>E(y)=[0; +\infty)</math>;</li> <li>не имеет класса четности;</li> <li>возрастающая на промежутке <math>x \geq 0</math>.</li> </ol>
<p>8. График и свойства функции <math>y = x^p</math>, где <math>p</math> – отрицательное действительное нецелое число.</p>	 <p>Свойства функции <math>y = x^p</math>, где <math>p</math> – отрицательное действительное нецелое число:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>D(y)=(0; +\infty)</math>;</li> <li><math>E(y)=(0; +\infty)</math>;</li> <li>не имеет класса четности;</li> <li>убывающая на промежутке <math>x &gt; 0</math>.</li> </ol>

### Тема 3.2 Показательная функция

#### Лекция №5 График и свойства показательной функции

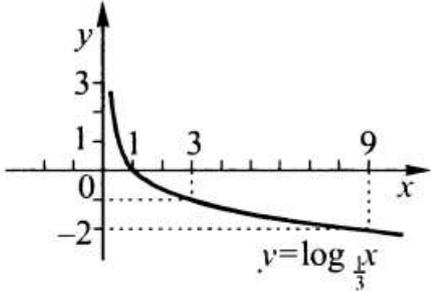
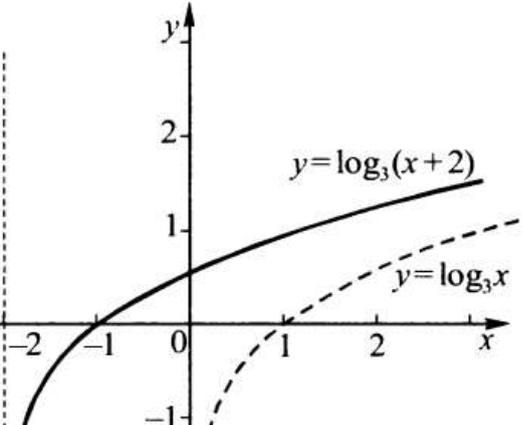
Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Какая функция называется показательной?	Функция вида $y = a^x$ , где $a > 0, a \neq 1$ , называют показательной функцией.
2. Укажите область определения показательной функции.	$D(y) = R$
3. Укажите множество значений показательной функции.	$E(y) = (0; +\infty)$
4. В каком случае показательная функция $y = a^x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) возрастает.	Показательная функция $y = a^x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) возрастает, если $a > 1$ .
5. В каком случае показательная функция $y = a^x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) убывает.	Показательная функция $y = a^x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) убывает, если $0 < a < 1$ .

6. Постройте график функции $y = 2^x$	
7. Постройте график функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	

### Тема 3.3 Логарифмическая функция

#### Лекция №6 Свойства и график логарифмической функции.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Какую функцию называют логарифмической?	Функцию вида $y = \log_a x$ , где $a > 0, a \neq 1$ , называют логарифмической.
2. Укажите область определения логарифмической функции.	$D(y) = (0; +\infty)$
3. Укажите множество значений логарифмической функции.	$E(y) = R$
4. В каком случае логарифмической функция $y = \log_a x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) возрастает.	Показательная функция $y = \log_a x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) возрастает, если $a > 1$ .
5. В каком случае показательная функция $y = \log_a x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) убывает.	Показательная функция $y = \log_a x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) убывает, если $0 < a < 1$ .
6. Укажите класс четности логарифмической функции $y = \log_a x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ).	Логарифмическая функции $y = \log_a x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) не имеет класса четности.
7. Через какую точку проходит график любой логарифмической функции $y = \log_a x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ).	График любой логарифмической функции $y = \log_a x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) проходит через точку $(1; 0)$ .

8. Постройте график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ .	
9. Постройте график функции $y = \log_3(x+2)$ .	

### Тема 3.4 Показательные и логарифмические уравнения

#### Лекция №7 Показательные и логарифмические уравнения и методы их решения.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Какие уравнения называют показательными?	<i>Показательными уравнениями</i> обычно называют уравнения, в которых переменная входит в показатель степени (основание этой степени переменной не содержит).
2. Назовите способ преобразования показательного уравнения $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) к виду $f(x) = g(x)$ .	<i>Например, способ приведения уравнения к общему основанию</i> при $a > 0$ и $a \neq 1$ $a^{f(x)} = a^{g(x)} \leftrightarrow f(x) = g(x)$ .
3. Решите уравнение: $12^{x^2-4} = 1$ .	Решение. $12^{x^2-4} = 1$ ; приведём уравнение к виду $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ , где $a > 0$ и $a \neq 1$ и перейдём к равносильному. $f(x) = g(x)$ . $12^{x^2-4} = 12^0$ ; $x^2 - 4 = 0$ ; $x = 2$ или $x = -2$ ; Ответ: $-2; 2$ .
4. Решите уравнение: $3^x - 2 \cdot 3^{x-2} = 63$	Решение. $3^x - 2 \cdot 3^{x-2} = 63$ ; $3^{x-2} (3^2 - 2) = 63$ - в левой части уравнения выносим за скобки 3 в наименьшей степени; $3^{x-2} \cdot 7 = 63$ - делим обе части уравнения на 7; $3^{x-2} = 9$ ; $3^{x-2} = 3^2 \Leftrightarrow x-2 = 2 \Leftrightarrow x = 4$ .

	Ответ: 4.
7. Какие уравнения называют логарифмическими?	Логарифмическими уравнениями называют уравнения, которые содержат переменную под знаком логарифма.
8. Назовите методы решения логарифмических уравнений.	1. Решение уравнений, основанное на определении логарифма. 2. Потенцирование. 3. Применение основного логарифмического тождества. 4. логарифмирование. 5. Замена переменной. 6. Переход к другому основанию.

### Тема 3.4 Показательные и логарифмические уравнения

#### Лекция №8 Логарифмические уравнения и неравенства и методы их решения.

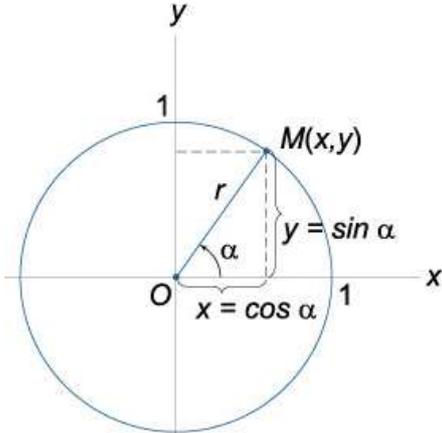
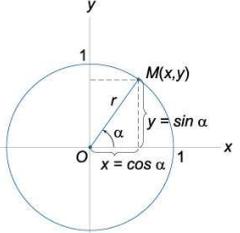
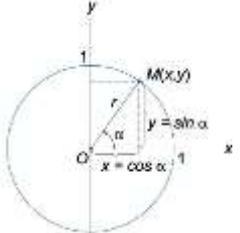
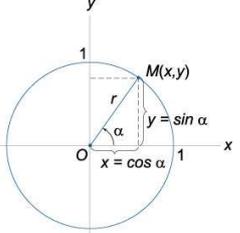
Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Решите уравнение: $\log_3(x - 1) = 2$ ;	$\log_3(x - 1) = 2$ ; $x - 1 = 3^2$ ; $x = 10$ .
2. Решите уравнение: $\log_3(2x + 1) = 2$ ;	$\log_3(2x + 1) = 2$ ; $\log_3(2x + 1) = 2 \cdot 1$ ; $\log_3(2x + 1) = 2 \cdot \log_3 3$ ; $\log_3(2x + 1) = \log_3 3^2$ $2x + 1 = 9 \Leftrightarrow x = 4$ .
3. Решите неравенство: $\log_2(x - 5) > 3$ .	$\log_2(x - 5) > 3$ . ОДЗ: $x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$ $\log_2(x - 5) > 3 \log_2 2 \Leftrightarrow \log_2(x - 5) > \log_2 2^3 \Leftrightarrow \log_2(x - 5) > \log_2 8$ . При $a > 1$ $x - 5 > 8 \Leftrightarrow x > 13$ . Ответ: $(13; \infty)$ .
4. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{2}}(x - 5) > 3$ .	$\log_{\frac{1}{2}}(x - 5) > 3$ . $\log_{\frac{1}{2}}(x - 5) > 3 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x - 5) > \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x - 5) > \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$ . При $0 < a < 1$ $x - 5 < \frac{1}{8} \Leftrightarrow x < 5\frac{1}{8}$ . Учитывая ОДЗ, можно записать ответ. Ответ: $(5; 5\frac{1}{8})$ .

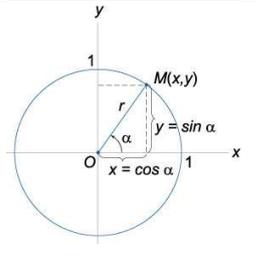
## РАЗДЕЛ 4 Основы тригонометрии

### Тема 4.1 Определения тригонометрических функций

#### Лекция №9 Определение тригонометрических функций, их свойства. Формулы тригонометрии

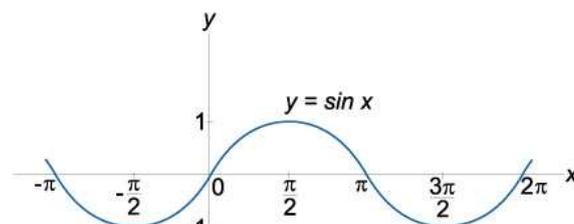
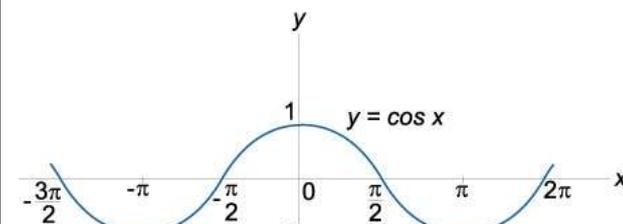
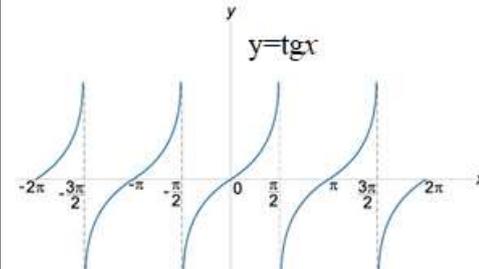
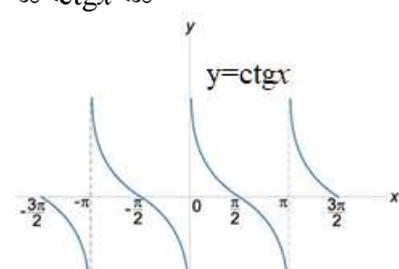
Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Какие функции называют тригонометрическими?	<i>Тригонометрические функции</i> представляют собой элементарные функции, аргументом которых является <i>угол</i> . С помощью тригонометрических функций описываются соотношения между сторонами и острыми углами в прямоугольном треугольнике.
2. Какие функции относятся к	К тригонометрическим функциям относятся

<p>тригонометрическим?</p>	<p>следующие 6 функций: <i>синус, косинус, тангенс, котангенс, секанс и coseканс</i>. Для каждой из указанных функций существует обратная тригонометрическая функция: <i>арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс, арксеканс и арккосеканс..</i></p>
<p>3. Представьте геометрическое определение тригонометрических функций.</p>	<p>Геометрическое определение тригонометрических функций удобно ввести с помощью <i>единичного круга</i>. На рисунке изображен круг радиусом <math>r=1</math>. На окружности обозначена точка <math>M(x,y)</math>. Угол между радиус-вектором <math>OM</math> и положительным направлением оси <math>Ox</math> равен <math>\alpha</math>.</p> 
<p>4. Что такое синус?</p>	<p><i>Синусом</i> угла <math>\alpha</math> называется отношение ординаты <math>y</math> точки <math>M(x,y)</math> к радиусу <math>r</math>: <math>\sin\alpha=y/r</math>. Поскольку <math>r=1</math>, то синус равен ординате точки <math>M(x,y)</math>. В приложении к прямоугольному треугольнику <i>синусом</i> угла <math>\alpha</math> называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.</p> 
<p>5. Что такое косинус?</p>	<p><i>Косинусом</i> угла <math>\alpha</math> называется отношение абсциссы <math>x</math> точки <math>M(x,y)</math> к радиусу <math>r</math>: <math>\cos\alpha=x/r</math>. В приложении к прямоугольному треугольнику <i>косинусом</i> угла <math>\alpha</math> называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.</p> 
<p>6. Что такое тангенс?</p>	<p><i>Тангенсом</i> угла <math>\alpha</math> называется отношение ординаты <math>y</math> точки <math>M(x,y)</math> к ее абсциссе <math>x</math>: <math>\tan\alpha=y/x, x\neq 0</math>. В приложении к прямоугольному треугольнику <i>тангенсом</i> угла <math>\alpha</math> называется противолежащего катета к прилежащему.</p> 

<p>7. Что такое котангенс?</p>	<p>Котангенсом угла <math>\alpha</math> называется отношение абсциссы <math>x</math> точки <math>M(x,y)</math> к ее ординате <math>y</math>:  <math>\cot \alpha = x/y, y \neq 0</math>          В приложении к прямоугольному треугольнику <i>котангенсом</i> угла <math>\alpha</math> называется прилежащего катета к противолежащему.</p>	
--------------------------------	---	---

**Тема 4.2 Графики и свойства тригонометрических функций.**

**Лекция №10 Графики и свойства функций синус и косинус, тангенс и котангенс**

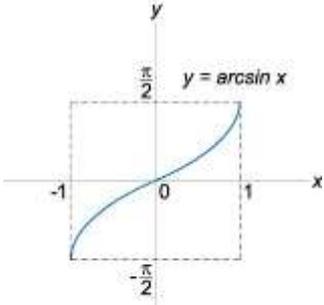
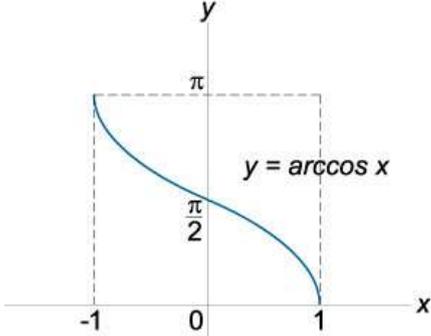
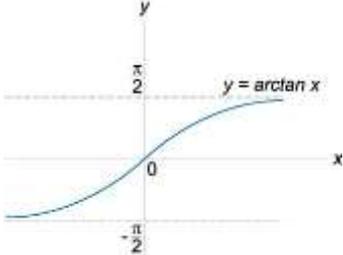
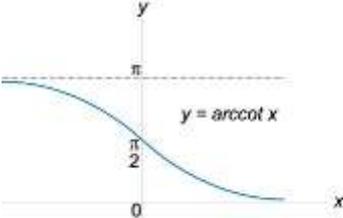
Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
<p>1. График функции синус</p>	<p>График функции синус <math>y = \sin x</math>, область определения: <math>x \in \mathbb{R}</math>, множество значений: <math>-1 \leq \sin x \leq 1</math></p> 
<p>2. График функции косинус</p>	<p>График функции косинус <math>y = \cos x</math>, область определения: <math>x \in \mathbb{R}</math>, множество значений: <math>-1 \leq \cos x \leq 1</math></p> 
<p>3. График функции тангенс</p>	<p>График функции тангенс <math>y = \operatorname{tg} x</math>, область определения: <math>x \in \mathbb{R}, x \neq (2k+1)\pi/2</math>, область значений: <math>-\infty &lt; \operatorname{tg} x &lt; \infty</math></p> 
<p>4. График функции котангенс</p>	<p>График функции котангенс <math>y = \operatorname{ctg} x</math>, область определения: <math>x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi</math>, область значений: <math>-\infty &lt; \operatorname{ctg} x &lt; \infty</math></p> 
<p>5. Какие из перечисленных функций являются</p>	<p>Функция <math>\cos x</math> является четной.  <math>\cos(-\alpha) = \cos \alpha</math></p>

четными $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ ?	
6. Какие из перечисленных функций являются нечетными $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ ?	К нечетным функциям относят: $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha,$ $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha,$ $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$
7. Вычислите числовые значения функций $\sin \alpha$ для значений аргумента $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ .	$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2},$ $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2},$ $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$
8. Вычислите числовые значения функций $\cos \alpha$ для значений аргумента $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ .	$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2},$ $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2},$ $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$
9. Вычислите числовые значения функций $\operatorname{tg} \alpha$ для значений аргумента $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ .	$\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3},$ $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1,$ $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}.$
10. Вычислите числовые значения функций $\operatorname{ctg} \alpha$ для значений аргумента $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ .	$\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = \sqrt{3},$ $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1,$ $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

### Тема 4.3 Тригонометрические уравнения и неравенства

**Лекция №11** Обратные тригонометрические функции. Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Какие функции относятся к обратным тригонометрическим функциям?	К обратным тригонометрическим функциям относятся следующие 6 функций: <i>арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс, арксеканс и арккосеканс.</i>
2. Функция арксинус	Арксинусом числа $a$ (обозначается $\arcsin a$ ) называется значение угла $x$ в интервале $[-\pi/2, \pi/2]$ , при котором $\sin x = a$ . Обратная функция $y = \arcsin x$ определена при $x \in [-1, 1]$ , область ее значений равна $y \in [-\pi/2, \pi/2]$ .

	
<p>3. Функция арккосинус</p>	<p>Арккосинусом числа <math>a</math> (обозначается <math>\arccos a</math>) называется значение угла <math>x</math> в интервале <math>[0, \pi]</math>, при котором <math>\cos x = a</math>. Обратная функция <math>y = \arccos x</math> определена при <math>x \in [-1, 1]</math>, область ее значений принадлежит отрезку <math>y \in [0, \pi]</math>.</p> 
<p>4. Функция арктангенс</p>	<p>Арктангенсом числа <math>a</math> (обозначается <math>\arctg a</math>) называется значение угла <math>x</math> в открытом интервале <math>(-\pi/2, \pi/2)</math>, при котором <math>\operatorname{tg} x = a</math>. Обратная функция <math>y = \arctg x</math> определена при всех <math>x \in \mathbb{R}</math>, область значений арктангенса равна <math>y \in (-\pi/2, \pi/2)</math>.</p> 
<p>5. Функция арккотангенс</p>	<p>Арккотангенсом числа <math>a</math> (обозначается <math>\operatorname{arccotg} a</math>) называется значение угла <math>x</math> в открытом интервале <math>(0, \pi)</math>, при котором <math>\operatorname{ctg} x = a</math>. Обратная функция <math>y = \operatorname{arccotg} x</math> определена при всех <math>x \in \mathbb{R}</math>, область ее значений находится в интервале <math>y \in (0, \pi)</math>.</p> 
<p>6. Какие уравнения называются тригонометрическими?</p>	<p>Это уравнения, содержащие неизвестную величину под знаком тригонометрической функции.</p>
<p>7. Решите простейшее тригонометрическое уравнение:</p>	<p>По формуле <math>\alpha = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}</math></p>

$\sin(2x) = \frac{1}{2}$	$2x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n; \text{ следовательно, множество корней}$ $\text{уравнения имеет вид } (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z.$		
<p>8. Решите тригонометрическое уравнение методом замены переменной: <math>2\cos^2 x + 5\sin x = 5</math></p>	<p>Преобразуем уравнение <math>2\cos^2 x + 5\sin x = 5</math>, применив основное тригонометрическое тождество:  <math>2(1 - \sin^2 x) + 5\sin x = 5;</math>  <math>2\sin^2 x - 5\sin x + 3 = 0.</math>          Заменяя <math>\sin x</math> на <math>t</math>, приходим к квадратному уравнению:  <math>2t^2 - 5t + 3 = 0.</math>          Решая его, получим:  <math>t_1 = \frac{3}{2}, t_2 = 1.</math>          Первый корень дает <math>\sin x = \frac{3}{2}</math>, не имеет решений, т.к.  <math>-1 \leq \sin x \leq 1</math>.          Второй корень дает <math>\sin x = 1.</math>  <math>x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z</math>.</p>		
<p>9. Решите однородное тригонометрическое уравнение:  <math>\sin x + 2\cos x = 0</math></p>	<p>Разделим обе части уравнения на <math>\cos x</math>.</p> $\frac{\sin x}{\cos x} + 2 \frac{\cos x}{\cos x} = 0$ $\operatorname{tg} x = -2$ $x = \operatorname{arctg}(-2) + \pi n, n \in Z$ $x = -\operatorname{arctg}(2) + \pi n, n \in Z$		
<p>10. Решите уравнение с помощью формул тригонометрии:  <math>1 + \cos x + \cos 2x = 0</math></p>	$1 + \cos x + \cos 2x = 0$ $1 + \cos x + 2\cos^2 x - 1 = 0$ $\cos x(2\cos x + 1) = 0$ <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top; padding-right: 10px;"> <math display="block">1) \cos x = 0</math> <math display="block">x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z</math> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top; border-left: 1px solid black; padding-left: 10px;"> <math display="block">2) 2\cos x + 1 = 0</math> <math display="block">2\cos x = -1</math> <math display="block">\cos x = -\frac{1}{2}</math> <math display="block">x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z</math> <math display="block">x = \pm \left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z</math> <math display="block">x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in Z</math> <math display="block">x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z</math> </td> </tr> </table>	$1) \cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$	$2) 2\cos x + 1 = 0$ $2\cos x = -1$ $\cos x = -\frac{1}{2}$ $x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$ $x = \pm \left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$ $x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in Z$ $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
$1) \cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$	$2) 2\cos x + 1 = 0$ $2\cos x = -1$ $\cos x = -\frac{1}{2}$ $x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$ $x = \pm \left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$ $x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in Z$ $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$		

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}; x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

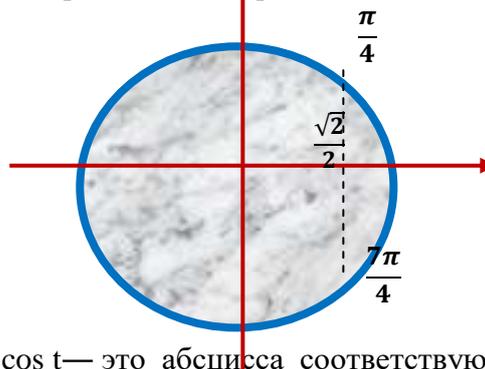
### Тема 4.3 Тригонометрические уравнения и неравенства

#### Лекция №12 Решение тригонометрических уравнений и неравенств

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Какие тригонометрические уравнения являются простейшими?	Простыми тригонометрическими уравнениями считаются уравнения, в которых надо выполнить не более двух равносильных преобразований и, применив формулы записи решения простейших тригонометрических уравнений записать ответ.
2. Решить уравнение $2 \cos x = -1$ .	<p><i>Решение.</i> Данное уравнение приводится к простейшему делением левой и правой части на 2</p> $2 \cos x = -1;$ $\cos x = -\frac{1}{2};$ $x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ <p>Ответ: <math>\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};</math></p>
3. Решить уравнение $\cos 4x = -1$ .	<p><i>Решение.</i> Для решения данного уравнения можно сразу воспользоваться особой формой записи ответа, так как <math>a = -1</math>.</p> $\cos 4x = -1;$ $4x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \text{- разделить каждый член выражения на 4;}$ $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$ <p>Ответ: <math>\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.</math></p>
4. Решить уравнение $\sin x + 2 \cos x = 0$ .	<p><i>Решение.</i> <math>\sin x + 2 \cos x = 0</math> - однородное уравнение первой степени, решается делением на <math>\cos x</math>. Согласно основного тригонометрического тождества, <math>\sin^2 x + \cos^2 x = 1</math>. Поэтому <math>\sin x</math> и <math>\cos x</math> одновременно не могут равняться 0. Поэтому при деление на <math>\cos x</math> не происходит потеря корней.</p> $\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{2\cos x}{\cos x} = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg} x + 2 = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg} x = -2$ $\Leftrightarrow x = -\arccos(-2) + \pi k, k \in \mathbb{N}.$ <p>Ответ: <math>-\arccos(-2) + \pi k, k \in \mathbb{N}.</math></p>
5 Решить неравенство $2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) < \sqrt{2}$ .	<p><i>Решение.</i></p> $2 \cos \left(3x - \frac{\pi}{4}\right) < \sqrt{2} \quad \text{- используя свойство чётности функции косинуса заменили аргумент на противоположный;}$ $\cos \left(3x - \frac{\pi}{4}\right) < \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{- разделили каждый член}$

неравенства на 2;  
 введём замену  $3x - \frac{\pi}{4} = t$ ;

получим простейшее неравенство  $\cos t < \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;



$\cos t$  — это абсцисса соответствующей точки

$P_x$  единичной окружности, то при всех значениях  $x$ , удовлетворяющих данному неравенству, абсцисса точки  $P_x$  меньше  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Все точки на единичной окружности лежат левее прямой  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (без крайних точек, так как неравенство строгое). Если двигаться против часовой стрелки по окружности, то точка  $P_{\frac{\pi}{4}}$  будет её началом, а точка  $P_{\frac{7\pi}{4}}$  — её концом

С учётом периодичности функции синус записываем ответ:

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi k < t < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Возвращаемся к замене и преобразуем полученное двойное неравенство:

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi k < 3x - \frac{\pi}{4} < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{N};$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + 2\pi k < 3x < \frac{7\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{N};$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k < 3x < 2\pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{N};$$

$$\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3} < x < \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Ответ: } \left( \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}; \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3} \right), \quad k \in \mathbb{N}.$$

## РАЗДЕЛ 5 ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ

### Тема 5.2 Начальные понятия стереометрии

Лекция №13 Предмет стереометрии. Аксиомы стереометрии и следствия из них. Расположение прямых и плоскостей в пространстве

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Первая аксиома стереометрии.	<b>A1.</b> Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.
2. Вторая аксиома стереометрии.	<b>A2.</b> Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.
3. Третья аксиома стереометрии.	<b>A3.</b> Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат

	все общие точки этих плоскостей.
4. Закончите предложение: <i>Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом .....</i>	<i>Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом <b>только одна</b>.</i>
5. Закончите предложение: <i>Через две пересекающиеся прямые <math>t</math> проходит плоскость, и притом .....</i>	<i>Через две пересекающиеся прямые <math>t</math> проходит плоскость, и притом <b>только одна</b></i>

### Тема 5.3 Параллельность в пространстве

**Лекция № 14** Параллельность прямых, прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Закончите предложение: Через точку вне данной прямой можно провести прямую параллельную данной, и притом .....	Через точку вне данной прямой можно провести прямую параллельную данной, и притом <b>только одну</b>
2. Закончите предложение: Две прямые параллельные третьей .....	Две прямые параллельные третьей <b>параллельны</b>
3. Вставьте пропущенное: Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой – нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она ..... данной плоскости	Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой – нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она <b>параллельна</b> данной плоскости
4. Вставьте пропущенное: Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей ..... данной прямой	Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей <b>параллельна</b> данной прямой

### Тема 5.4 Перпендикулярность в пространстве

**Лекция №15** Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Перпендикулярность плоскостей

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Вставьте пропущенное: <i>Две прямые называются ....., если угол между ними равен <math>90^\circ</math>.</i>	<i>Две прямые называются <b>перпендикулярными</b>, если угол между ними равен <math>90^\circ</math>.</i>
2. Вставьте пропущенное: Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая ..... к этой прямой	Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая <b>перпендикулярна</b> к этой прямой
3. Вставьте пропущенное: Прямая, пересекающая плоскость, называется перпендикулярной этой плоскости, если она ....., которая лежит в данной плоскости.	Прямая, пересекающая плоскость, называется перпендикулярной этой плоскости, если она <b>перпендикулярна каждой прямой</b> , которая лежит в данной плоскости.
4. Вставьте пропущенное: Через любую точку пространства проходит	Через любую точку пространства проходит прямая перпендикулярно данной плоскости,

прямая перпендикулярно данной плоскости, притом .....	притом <b>только одна</b> .
--	-----------------------------

## РАЗДЕЛ 6 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

**Тема 6.1** Предел и производная функции. Правила и формулы дифференцирования

**Лекция №16** Предел функции. Методы вычисления пределов функций. Первый замечательный предел

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Запишите первый замечательный предел.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
2. Определить, чему равен предел: $\lim_{x \rightarrow 2} x^3$	8
3. Определить, чему равен предел: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x$	1
4. Определить, чему равен предел: $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2}{x}$	4

**Тема 6.1** Предел и производная функции. Правила и формулы дифференцирования

**Лекция №17** Определение производной. Правила и формулы дифференцирования.

Производные сложных функций. Производные высших порядков

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Найти производную $f(x) = x^2$	$2x$
2. Найти производную $f(x) = 3x + 8$	3
3. Найти производную $f(x) = x^2 + 3x - 1$	$2x + 3$

**Тема 6.2** Применения производной

**Лекция №18** Применение производной к исследованию функций

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Исследование функции на монотонность.	Если существует производная функции в интервале $(a, b)$ и в данном интервале 1) $f'(x) \geq 0$ , то функция в нём не убывает; 2) $f'(x) \leq 0$ , то функция в нём не возрастает; 3) $f'(x) > 0$ , то функция в нём возрастает; 4) $f'(x) < 0$ , то функция в нём убывает.
2. Если функция $y=f(x)$ имеет экстремум в точке $x=x_0$ , то чему равна производная функции в этой точке?	Если функция $y=f(x)$ имеет экстремум в точке $x=x_0$ , то в этой точке производная функции либо равна нулю, либо не существует.
3. Достаточные условия экстремума.	Пусть функция $y=f(x)$ непрерывна на промежутке $X$ и имеет внутри промежутка стационарную или критическую точку $x=x_0$ . Тогда: а) если у этой точки существует такая окрестность, в которой при $x < x_0$ выполняется неравенство $f'(x) < 0$ , а при $x > x_0$ — неравенство $f'(x) > 0$ , то $x=x_0$ — точка минимума функции $y=f(x)$ ; б) если у этой точки существует такая окрестность, в которой при $x < x_0$ выполняется неравенство $f'(x) > 0$ , а при $x > x_0$ — неравенство $f'(x) < 0$ , то $x=x_0$ — точка максимума

	<p>функции <math>y=f(x)</math>);</p> <p>в) если у этой точки существует такая окрестность, что в ней и слева, и справа от точки <math>x_0</math> знаки производной одинаковы, то в точке <math>x_0</math> экстремума нет.</p>
4. Какие точки области определения функции называют стационарными?	Внутренние точки области определения функции, в которых производная функции равна нулю, называют стационарными.
5. Какие точки области определения функции называют критическими?	Внутренние точки области определения функции, в которых функция непрерывна, но производная не существует, — критическими.
6. Алгоритм исследования непрерывной функции $y=f(x)$ на монотонность и экстремумы.	<p>Алгоритм исследования непрерывной функции <math>y=f(x)</math> на монотонность и экстремумы:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. найти производную <math>f'(x)</math>.</li> <li>2. Найти стационарные и критические точки.</li> <li>3. Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.</li> <li>4. Сделать выводы о монотонности функции и о её точках экстремума.</li> </ol>
7. Условия локального минимума, локального максимума, отсутствия экстремума для производной функции в критической точке.	<p>Если производная функции в критической точке</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) меняет знак с отрицательного на положительный, то это точка локального минимума;</li> <li>2) меняет знак с положительного на отрицательный, то это точка локального максимума;</li> <li>3) не меняет знак, то в этой точке нет экстремума.</li> </ol>

## Тема 6.2 Применения производной

### Лекция № 19 Уравнение касательной. Физические применения

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке $x=a$ .	$y=f(a)+f'(a)(x-a)$
2. Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y=f(x)$	<p>Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции <math>y=f(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Обозначить абсциссу точки касания буквой <math>a</math>.</li> <li>2. Вычислить <math>f(a)</math>.</li> <li>3. Найти <math>f'(x)</math> и вычислить <math>f'(a)</math>.</li> <li>4. Подставить найденные числа <math>a, f(a), f'(a)</math> в формулу <math>y=f(a)+f'(a)(x-a)</math>.</li> </ol>
3. Как определяется скорость с помощью производной?	$v = \frac{dS}{dt}$

4. Как определяется ускорение с помощью производной?	$a = \frac{dv}{dt}$
--	---------------------

## Тема 6.2 Применения производной

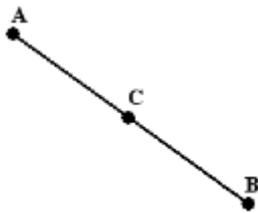
### Лекция №20 Общая схема исследования функций и построение графиков

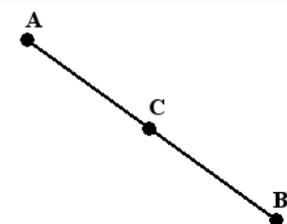
Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Общая схема исследования функций и построение графиков.	<p>При исследовании функций и построении их графиков целесообразно пользоваться следующей схемой.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Нахождение области определения функции.</li> <li>2. Исследование функции на четность и нечетность.</li> <li>3. Установление области непрерывности функции и точек разрыва. Отыскание вертикальных асимптот.</li> <li>4. Исследование поведения функции при <math>x \rightarrow \pm\infty</math> (если она там определена). Отыскание горизонтальных и наклонных асимптот.</li> <li>5. Нахождение экстремумов и интервалов монотонности функции. Составление таблицы.</li> <li>6. Нахождение интервалов выпуклости и вогнутости и точек перегиба графика функции.</li> <li>7. Нахождение точек пересечения графика функции с осями, интервалов знакопостоянства функции. Составление таблицы. Отыскание дополнительных точек для построения графика.</li> <li>8. Построение графика функции.</li> </ol>
2. Доказать, что функция $y = x^5 + 2x^3 - 4$ возрастает на всей числовой прямой.	<p>Найдем производную заданной функции: <math>y' = 5x^4 + 6x^2</math>. Очевидно, что при всех <math>x</math> выполняется неравенство <math>5x^4 + 6x^2 \geq 0</math>. Значит функция возрастает на всей числовой прямой.</p>

## РАЗДЕЛ 7 ВЕКТОРЫ И КООРДИНАТЫ

### Тема 7.1 Координаты в пространстве

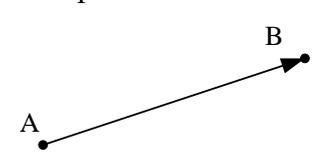
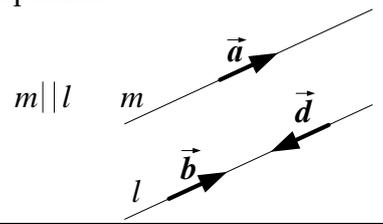
#### Лекция 21 Координаты в пространстве. Координаты середины отрезка. Длина отрезка.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Что называют отрезком?	Отрезок – прямая линия, соединяющая две произвольные точки, называемые концами отрезка. В качестве примера пусть это будут точки А и В и соответственно отрезок АВ.
2. Что называют серединой отрезка?	<p>Середина отрезка – это точка, которая лежит на отрезке и находится на равном расстоянии от конечных точек.</p> 
3. Как определить координаты середины отрезка?	Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат концов отрезка с концами $A(x_a, y_a, z_a)$ и $B(x_b, y_b, z_b)$ .

	 $x_c = \frac{x_a + x_b}{2}; y_c = \frac{y_a + y_b}{2}; z_c = \frac{z_a + z_b}{2}$
4. Найти координаты точки С, середины отрезка АВ заданного точками А(-1, 3) и В(6, 5).	$x_c = \frac{-1+6}{2} = 2,5; y_c = \frac{3+5}{2} = 4.$ <p>Ответ: C(2,5;4) .</p>
5. Формула вычисления длины отрезка с концами А(x <sub>а</sub> , у <sub>а</sub> , z <sub>а</sub> ) и В(x <sub>в</sub> , у <sub>в</sub> , z <sub>в</sub> ) в пространстве:	$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2}$
6. Найти расстояние между точками А(-1, 3, 3) и В(6, 2, -2).	$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2} =$ $= \sqrt{(6 - (-1))^2 + (2 - 3)^2 + (-2 - 3)^2} =$ $= \sqrt{7^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

## Тема 7.2 Векторы в пространстве

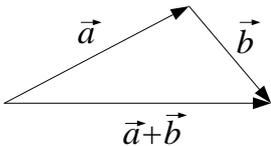
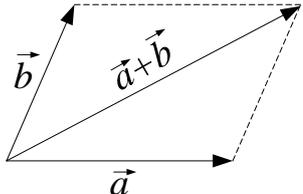
### Лекция №22 Понятие вектора в пространстве

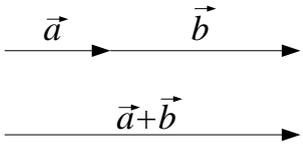
Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Что называют вектором?	<p>Вектором называется направленный отрезок.</p> 
2. Что такое нулевой вектор?	<p>Любая точка пространства может рассматриваться как нулевой вектор, начало и конец которого совпадают. Нулевой вектор обозначают <math>\vec{0}</math>.</p>
3. Что называют длиной вектора?	<p>Длиной вектора называется длина соответствующего ему отрезка.</p> $ \vec{AB}  = AB$
4. Чему равна длина нулевого вектора?	<p>Длина нулевого вектора равна нулю. <math> \vec{0}  = 0</math></p>
5. Какие вектора называются коллинеарными?	<p>Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.</p> 
6. Какие вектора называются сонаправленными?	<p>Если ненулевые векторы <math>\vec{AB}</math> и <math>\vec{CD}</math> коллинеарны и лучи АВ и CD сонаправлены, то и векторы называются сонаправленными.</p>

	$\overline{AB} \uparrow\uparrow \overline{CD}$
7. Какие вектора называются противоположно направленными?	Если ненулевые векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ коллинеарны и лучи противоположны, то векторы называются противоположно направленными $\overline{AB} \uparrow\downarrow \overline{CD}$
8. Какие вектора называются равными?	Векторы называются равными, если они сонаправлены и равны по длине.

## Тема 7.2 Векторы в пространстве

### Лекция №23 Скалярное произведение и его применение. Правило треугольника и параллелограмма

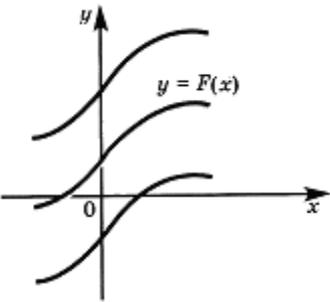
Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Скалярное произведение двух векторов.	Скалярным произведением двух векторов называется действительное число, равное произведению длин умножаемых векторов на косинус угла между ними. $\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cdot \cos \angle(\vec{a}; \vec{b})$
2. Как скалярное произведение вычисляется через координаты векторов в прямоугольной системе координат на плоскости и в пространстве?	Скалярным произведением двух векторов на плоскости или в трехмерном пространстве в прямоугольной системе координат называется сумма произведений соответствующих координат векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ . В трехмерном пространстве скалярное произведение в координатах находится как $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z.$
3. Вычислите скалярное произведение двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ , если их длины равны 3 и 7 единиц соответственно, а угол между ними равен $60^\circ$ .	$\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}  \cdot  \vec{b}  \cdot \cos \angle(\vec{a}; \vec{b}) = 3 \cdot 7 \cdot \cos 60^\circ = 3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = \frac{21}{2}$
4. В прямоугольной системе координат заданы два вектора $\vec{a} = (1, -1, \sqrt{2} - 3)$ и $\vec{b} = (0, 2, \sqrt{2} + 3)$ , найдите их скалярное произведение.	$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z = \\ &= 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 + (\sqrt{2} - 3) \cdot (\sqrt{2} + 3) = 0 - 2 + (2 - 9) = -9 \end{aligned}$
5. Правило треугольника.	 <p>Поместим начало вектора <math>\vec{b}</math> в конец вектора <math>\vec{a}</math>. Тогда вектор <math>\vec{a} + \vec{b}</math> соединяет начало вектора <math>\vec{a}</math> с концом вектора <math>\vec{b}</math>.</p>
6. Правило параллелограмма.	 <p>Поместим начала векторов <math>\vec{a}</math> и <math>\vec{b}</math> в одну точку. Тогда вектор <math>\vec{a} + \vec{b}</math>, имея начало в той же точке, является диагональю параллелограмма, построенного на</p>

	векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ .
7. Сложение коллинеарных векторов	<p>Поместим начало вектора <math>\vec{b}</math> в конец вектора <math>\vec{a}</math> и соединим начало вектора <math>\vec{a}</math> с концом вектора <math>\vec{b}</math>. Получится вектор <math>\vec{a} + \vec{b}</math>, который на рисунке расположен ниже.</p> 
8. Скалярное произведение в физике.	<p>Работа есть скалярное произведение векторов силы и перемещения: <math>A = \vec{F} \cdot \vec{s}</math>.</p> <p>Если тело движется равномерно и прямолинейно, то <math>A = \vec{F} \cdot \vec{v}t</math>.</p> <p>Формула для мощности: <math>P = \frac{A}{t} = \vec{F} \cdot \vec{v}</math></p>

## РАЗДЕЛ 8 ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

### Тема 8.1 Неопределенный интеграл

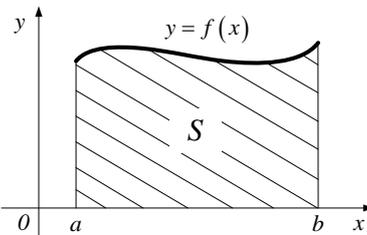
**Лекция №24** Первообразная, неопределенный интеграл и его свойства. Методы интегрирования

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Что называют первообразной?	Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на данном промежутке, если для любого $x$ из данного промежутка $F'(x) = f(x)$ .
2. Основное свойство первообразных.	Если $F(x)$ – первообразная функции $f(x)$ , то и функция $F(x) + C$ , где $C$ – произвольная постоянная, также является первообразной функции $f(x)$ (т.е. все первообразные функции $f(x)$ записываются в виде $F(x) + C$ ).
3. Геометрическая интерпретация первообразной.	<p>Графики всех первообразных данной функции <math>f(x)</math> получаются из графика какой-либо одной первообразной параллельными переносами вдоль оси <math>Oy</math>.</p> 
4. Выяснить, является ли функция $F(x) = x^3 - 3x + 1$ первообразной для функции $f(x) = 3(x^2 - 1)$ .	$F'(x) = (x^3 - 3x + 1)' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = f(x)$ , т.е. $F'(x) = f(x)$ , следовательно, $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$ .
5. Найти все первообразные функции $f(x) : f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$ .	$F(x) = \frac{x^5}{5} + 3 \frac{x^3}{3} + 5x + C = \frac{x^5}{5} + x^3 + 5x + C$
6. Определение неопределенного	Множество всех первообразных некоторой функции

интеграла.	$f(x)$ называется <i>неопределенным интегралом</i> функции $f(x)$ и обозначается как $\int f(x)dx$ . Если $F$ - некоторая частная первообразная, то справедливо выражение $\int f(x)dx = F(x) + C$ , где $C$ - произвольная постоянная.
------------	--

## Тема 8.2 Определенный интеграл

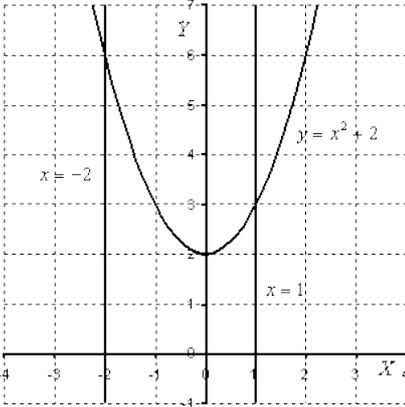
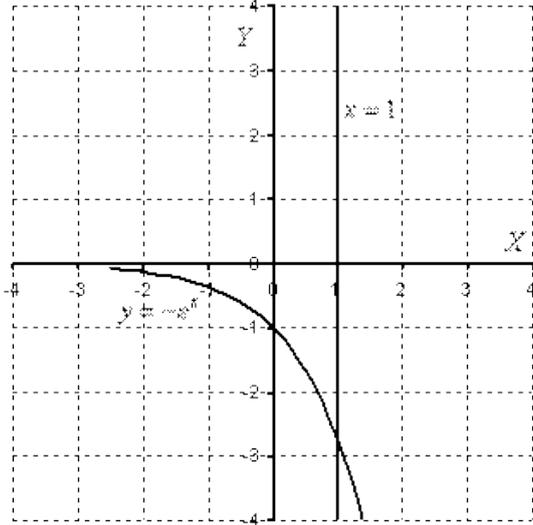
### Лекция №25 Определенный интеграл, его смысл и свойства. Формула Ньютона-Лейбница

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Геометрический смысл определенного интеграла.	<p>Определенный интеграл <math>\int_a^b f(x)dx</math> от неотрицательной функции <math>y = f(x)</math> с геометрической точки зрения равен площади криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком функции <math>y = f(x)</math>, слева и справа – отрезками прямых <math>x = a</math> и <math>x = b</math>, снизу – отрезком оси <math>Ox</math>.</p> 
2. Если верхний предел равен нижнему, чему равен определенный интеграл? $\int_a^a f(x)dx$	$\int_a^a f(x)dx = 0$
3. Чему равен определенный интеграл от единицы $\int_a^b 1dx$	$\int_a^b 1dx = b - a$
4. Формула Ньютона-Лейбница.	$\int_a^b f(x)dx = F(x) _a^b = F(b) - F(a)$ , если $F'(x) = f(x)$ .
5. Вычислить интеграл $\int_0^2 (x^3 - x^2)dx$	$\int_0^2 (x^3 - x^2)dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}\right)\Big _0^2 = \left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3}\right) - 0 = \frac{4}{3}$

## Тема 8.2 Определенный интеграл

### Лекция №26 Вычисление площадей фигур и объемов тел с помощью определенного интеграла

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Как вычислить площадь фигуры с помощью определенного интеграла	<p>Используем формулу Ньютона-Лейбница:</p> $S = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ , где $F(b)$ - первообразная функции $f(x)$ в точке $b$ , $F(a)$ - первообразная

	функции $f(x)$ в точке $a$ .
<p>2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями <math>y = x^2 + 2</math>, <math>y = 0</math>, <math>x = -2</math>, <math>x = 1</math>.</p>	 $S = \int_{-2}^1 (x^2 + 2) dx = \left( \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big _{-2}^1 = \frac{1}{3} + 2 - \left( -\frac{8}{3} - 4 \right) = \frac{1}{3} + 2 + \frac{8}{3} + 4 = 9 \text{ (ед}^2\text{)}$
<p>3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями <math>y = -e^x</math>, <math>x = 1</math> и координатными осями.</p>	 <p>Если криволинейная трапеция расположена под осью <math>Ox</math> (или, по крайней мере, <i>не выше</i> данной оси), то её площадь можно найти по формуле: <math>S = -\int_a^a f(x) dx</math>.</p> $S = -\int_0^1 (-e^x) dx = \int_0^1 e^x dx = e^x \Big _0^1 = e^1 - e^0 = e - 1 \approx 1,72 \text{ (ед}^2\text{)}$
<p>4. Как можно вычислить объем тела вращения?</p>	<p>Объем тела вращения можно вычислить по формуле:</p> $V = \pi \int_a^a f^2(x) dx$

## РАЗДЕЛ 9 ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА И ПОВЕРХНОСТИ. ИЗМЕРЕНИЯ В ГЕОМЕТРИИ

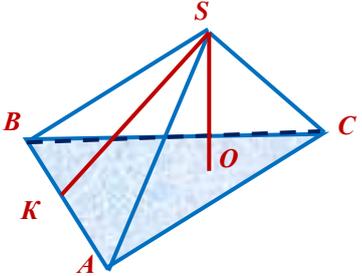
### Тема 9.1 Многогранники

Лекция №27 Призма, элементы призмы, виды призм. Свойства призмы. Поверхности и объемы

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Что называется призмой? Назовите ее элементы.	Многогранник, составленный из двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях, и $n$ параллелограммов, называется призмой. Элементы: основания, грани, ребра, вершины, диагональ
2. Из чего состоит поверхность призмы?	Из двух оснований и боковой поверхности
3. Какие многоугольники могут лежать в основании призмы?	Правильные и неправильные
4. Какими отрезками являются боковые ребра призмы?	Равными и параллельными
5. Какими многоугольниками являются боковые грани призмы?	параллелограммами

### Тема 9.1 Многогранники

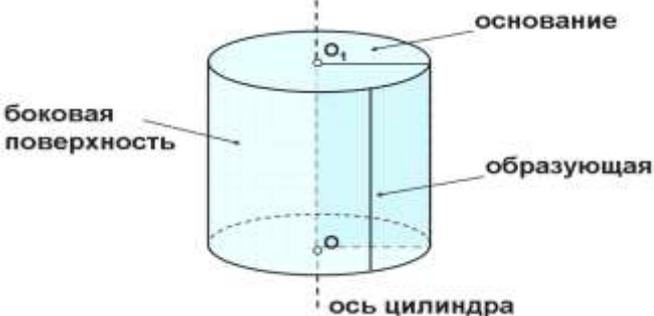
#### Лекция №28 Пирамида, элементы пирамиды, виды пирамид. Усеченная пирамида.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Что называют пирамидой?	Пирамидой называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника (основание пирамиды), точки, не лежащей в плоскости (вершина пирамиды), и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.
2. Какая пирамида называется правильной?	Пирамида называется <b>правильной</b> , если её основание правильный многоугольник, а основание высоты совпадает с центром этого многоугольника.
3. Назовите основание пирамиды, высоту, высоту боковой грани.	 <p>SABC - пирамида;  ABC – основание пирамиды;  SO - высота пирамиды (<math>SO = H</math>, <math>SO \perp (ABC)</math>);  SK - высота боковой грани (<math>SK \perp AB</math>, <math>SK = h</math>).</p>

### Тема 9.2. Тела вращения

#### Лекция №29 Цилиндр. Поверхность и объем.

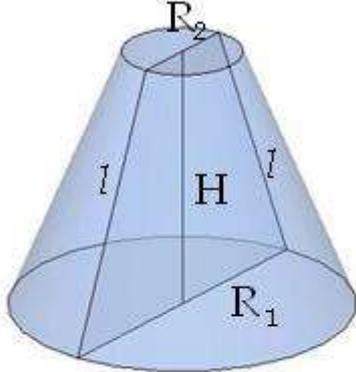
Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Что называют цилиндром?	Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами, называется цилиндром.

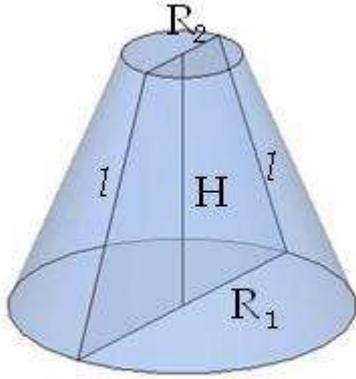
<p>2. Обозначьте на рисунке цилиндра: основание, боковую поверхность, ось цилиндра, образующую.</p>	
<p>3. Как найти площадь основания цилиндра?</p>	$S = \pi R^2$
<p>4. Найти площадь боковой поверхности цилиндра, радиус которого 7 см, высота 10см.</p>	$140\text{см}^2$

**Лекция №30** Конус. Поверхность и объем.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
<p>1. Что представляет собой конус?</p>	<p>Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом, называется конусом.</p>
<p>2. Как можно получить конус из треугольника?</p>	<p>Конус может быть получен вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов</p>
<p>3. Как найти объем конуса?</p>	$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

**Лекция №31** Усеченный конус.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
<p>1. Что представляет собой усеченный конус?</p>	<p>Усечённый конус — тело вращения, которое получается при вращении прямоугольной трапеции вокруг меньшей боковой стороны.</p>
<p>2. Представьте на картинке усеченный конус.</p>	

<p>3. Назовите параметры усеченного конуса.</p>	 <p><math>R_2</math> — радиус меньшего основания;  <math>R_1</math> — радиус большего основания;  <math>l</math> — образующая;  <math>H</math> — высота</p>
---	---

**Лекция №32** Сфера. Шар. Поверхности и объемы.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Что представляет собой шар?	Шар состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не более заданного от данной точки.
2. Что представляет собой сфера?	Сферой называется поверхность, которая состоит из всех точек пространства, находящихся на заданном расстоянии от данной точки.
3. Закончите предложение: Любое сечение шара плоскостью есть .....	Любое сечение шара плоскостью есть круг.

**РАЗДЕЛ 10 КОМБИНАТОРИКА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.**

**Тема 10.1** Комбинаторика

**Лекция №33** Основные понятия комбинаторики. Формула бинома Ньютона. Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Что такое событие?	<i>Событие или возможный исход</i> – любое явление, которое может произойти или не произойти в результате опыта.
2. Что называют комбинаторикой?	Раздел математики, занимающийся подсчетом количества элементов в конечных множествах, называется комбинаторикой.
3. Что такое $n$ – факториал?	$n$ – факториал – произведение первых $n$ – натуральных чисел (обозначается $n!$ ).
4. Что является основными понятиями комбинаторики?	Основными понятиями комбинаторики являются – размещения, перестановки и сочетания.
5. Как найти число сочетаний из $n$ – элементов по $m$ – элементов?	$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$
6. Как найти число перестановок из $n$ – элементов.	$P_n = n!$
7. Как найти число размещений из $n$ – элементов по $m$ – элементов.	$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$

## Лекция № 34 Предмет математической статистики. Методы математической статистики

Контрольный вопрос	Рекомендуемое содержание ответа
1. Что такое математическая статистика?	Математическая статистика – раздел математики, в котором изучаются методы сбора, систематизации и обработки результатов наблюдений массовых случайных явлений для выявления существующих закономерностей.
2. Что является предметом математической статистики?	Предметом математической статистики является изучение случайных величин (или случайных событий, процессов) по результатам наблюдений.
3. Какой метод называют статистическим?	Метод исследования, опирающийся на рассмотрение статистических данных о тех или иных совокупностях объектов, называется статистическим.

### Критерии оценивания ответов обучающихся при устном опросе по темам дисциплины

Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях.

Критерии оценивания:

- 1) полноту и правильность ответа;
- 2) степень осознанности, понимания изученного;
- 3) языковое оформление ответа.

Оценка «5» ставится, если:

- 1) студент полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

«4» – студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

«3» – студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
- 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка «2» ставится, если студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

# Тестовые задания для проведения контроля освоения теоретического материала

## Раздел 1 Развитие понятия о числе

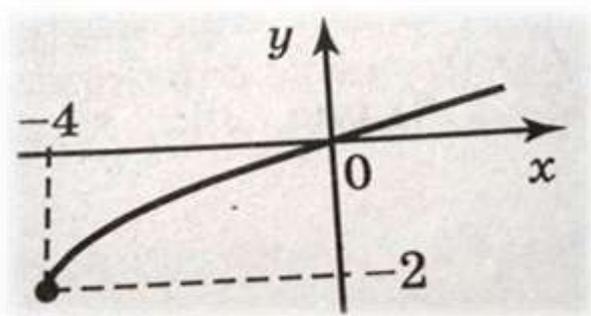
Аттестация по темам 1.1-1.3

Вариант 1.

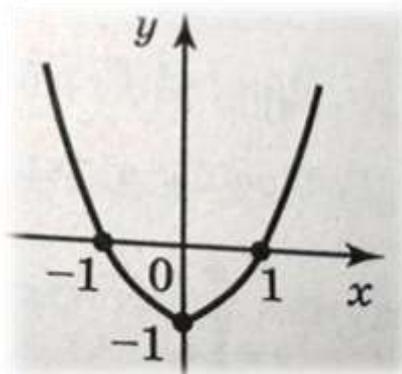
1. Найдите область определения функции  $y = \frac{x+1}{|x|-3}$ .
2. Исследовать на чётность и нечётность функцию  $y = x^3 - x$ .
3. Постройте график функции: а)  $y = \sqrt{x+4} - 2$ ; б)  $y = |x|^3 - 1$

Ответы:

- 1)  $D(e) = (-\infty; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; \infty)$ ;
- 2) нечётная;
- 3)



а)



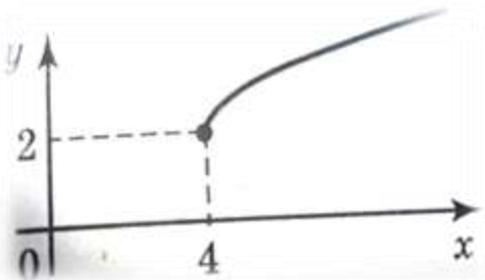
б)

Вариант 2.

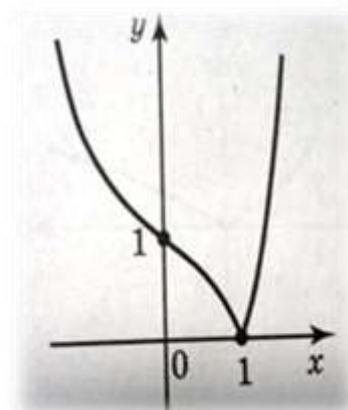
1. Найдите область определения функции  $y = \frac{x-1}{2-|x|}$ .
2. Исследовать на чётность и нечётность функцию  $y = x^4 - x^2$ .
3. Постройте график функции: а)  $y = \sqrt{x-4} + 2$ ; б)  $y = |x^3 - 1|$

Ответы:

- 1)  $D(e) = (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; \infty)$ ;
- 2) чётная;
- 3)



а)



б)

Критерии оценки заданий

- Оценка учащимся может быть выставлена:
- «2» – не решено ни одной задачи;
  - «3» – решена 1 задача;
  - «4» – решены 2 задачи или все, но имеются неточности;
  - «5» – решены 3 задачи, допускаются небольшие неточности.

## Раздел 2 Корни, степени и логарифмы

### Аттестация по темам 2.1-2.3

Задание	Ответ
<b>Вариант 1</b>	
1. Вынести множитель за знак корня $\sqrt[3]{24}$	$2\sqrt[3]{3}$
2. Внести множитель под знак корня $3^4\sqrt{2}$	$\sqrt[4]{162}$
3. Решить уравнение $\sqrt[3]{x-1}=2,$	9
4. Найдите значение выражения: $\log_7 49^6$	12
<b>Вариант 2</b>	
1. Вынести множитель за знак корня $\sqrt[6]{128}$	$2\sqrt[6]{2};$
2. Внести множитель под знак корня $2^3\sqrt{3}$	$\sqrt[3]{24}$
3. Решить уравнение $\sqrt[3]{x+7}=3$	20
4. Найдите значение выражения: $\frac{\log_2 7}{\log_{16} 49}$	2

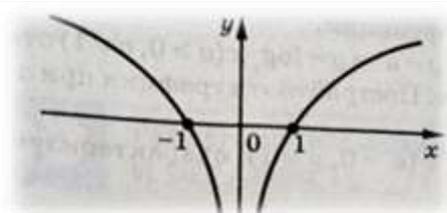
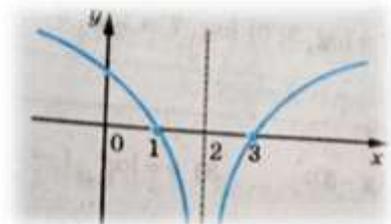
### Критерии оценки заданий

- Оценка учащимся может быть выставлена:
- «2» – не решено ни одной задачи;
  - «3» – решено 2 задачи;
  - «4» – решены 3 задачи или все, но имеются неточности;
  - «5» – решены 4 задачи.

## Раздел 3 Степенная, показательная и логарифмическая функции

### Аттестация по темам 3.1-3.4

Задание	Ответ
<b>Вариант 1</b>	

1. Построить график функции $y = \log_3 x $	
2. Решить уравнение $12^{x^2-4} = 1$	Ответ: -2; 2.
3. Решить неравенство $(0,7)^{x-3} > 0.49$	Ответ: $(-\infty; 5)$
4. Решить уравнение $\log_3(x-1) = 2$ ;	$x = 10$
5. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(x-5) > 3$ .	Ответ: $(5; 5\frac{1}{8})$
<b>Вариант 2</b>	
1. Построить график функции $y = \log_3 x-2 $	
2. Решить уравнение $3^{x-2} \cdot 3^{x-2} = 63$ .	Ответ: 4
3. Решить неравенство $2^{x-3} > 4$	Ответ: $(6; \infty)$
4. Решить уравнение $\log_3(2x+1) = 2$ ;	$x = 4$
5. Решить неравенство $\log_2(x-5) > 3$	Ответ: $(13; \infty)$ .

### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

- «2» – решено менее 2 задач;
- «3» – решены 2 задачи;
- «4» – решены 3 задачи;
- «5» – решены минимум 4 задачи из 5.

### Раздел 4 Основы тригонометрии

#### Контрольная работа № 1

Вопрос	Ответ
Вариант 1	
1. Найти $\sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3}$ $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	$-\frac{1}{2}$
2. Найти значение выражения $\cos \frac{\pi}{18} \cos \frac{4\pi}{9} - \sin \frac{\pi}{18} \sin \frac{4\pi}{9}$ .	0
3. Упростить выражение $\frac{1}{\sin \alpha - \sin 3\alpha} - \frac{1}{\sin 3\alpha - \sin 5\alpha}$ и вычислить его значение если $\alpha = -\frac{\pi}{12}$ .	$\frac{\sin 3\alpha}{\cos 2\alpha \cos 4\alpha}; \frac{-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ ;

4. Вычислить $\sin 75^\circ$ не пользуясь таблицей и калькулятором	$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$
5. Вычислить $4 \sin 15^\circ \sin 75^\circ - 1$ .	0
Вариант 2	
1. Найти $\cos \alpha$ где $\alpha = -\sqrt{3} \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	$-\frac{1}{2}$
2. Найти значение выражения $\sin \frac{3\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8} - \cos \frac{3\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$	0
3. Упростить выражение $\frac{1}{\cos \alpha - \cos 3\alpha} - \frac{1}{\cos 3\alpha - \cos 5\alpha}$ и вычислить его значение если $\alpha = -\frac{\pi}{12}$ .	$\frac{\cos 3\alpha}{\sin 2\alpha \sin 4\alpha} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
4. Вычислить $\cos 105^\circ$ не пользуясь таблицей и калькулятором	$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ ;
5. Вычислить $\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$	0,25

### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

- «2» – решено менее 2 задач;
- «3» – решены 2 задачи;
- «4» – решены 3 задачи;
- «5» – решены минимум 4 задачи из 5.

## Раздел 5 Прямые и плоскости в пространстве

### Контрольная работа № 2

#### Тест 1

##### Вариант 1

**A1.** Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Точки K, L, M, N- середины отрезков AB, BC, CD, AD соответственно. Укажите прямые, параллельные прямой AC.

- 1) KL и ML      2) MN и BD      3) KL и MN      4) нет

**A2.** Точка C лежит на отрезке AB. Через точку A проведена плоскость, а через точки B и C - параллельные прямые, пересекающие эту плоскость в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Найдите длину отрезка  $CC_1$ , если  $AC:CB=3:2$  и  $BB_1=20$  см.

- 1) 12 см      2) 8 см      3) 16 см      4) 4 см

**A3.** Вершина A треугольника ABC лежит в плоскости  $\alpha$ , вершины B и C расположены по одну сторону от этой плоскости. Отрезок AD-медиана треугольника ABC. Через точки B, D, C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $B_1, D_1, C_1$  соответственно. Найдите длину  $DD_1$ , если  $BB_1=2$  см и  $CC_1=12$  см.

- 1) 7 см      2) 5 см      3) 10 см      4) 8 см

**B1.** В тетраэдре ABCD точки K, L, M, N-середины рёбер AC, BC, BD, AD, соответственно. Определите вид четырехугольника KLMN и его периметр, если  $AB=16$  см и  $CD=18$  см.

**B2.** Точки A и B лежат по одну сторону от плоскости  $\alpha$ . Точка C лежит на отрезке AB и  $AC:CB=2:3$ . Через точки A, B, C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $A_1, B_1, C_1$ . Найдите  $CC_1$ , если  $AA_1=a$ ,  $BB_1=b$  ( $b>a$ ).

**C1.** Даны параллелограмм ABCD и не пересекающая его плоскость. Через вершины параллелограмма проведены параллельные прямые, пересекающие данную плоскость в точках  $A_1, B_1, C_1, D_1$ . Найдите  $DD_1$ , если  $AA_1 = 2$  см,  $BB_1 = 3$  см,  $CC_1 = 8$  см.

### Вариант 2.

**A1.** Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Точки K, L, M, N- середины отрезков AB, BC, CD, AD соответственно. Укажите прямые, параллельные прямой BD.

- 1) LM и MN      2) KN и LM      3) KN и AC      4) нет

**A2.** Точка C лежит на отрезке AB. Через точку A проведена плоскость, а через точки B и C - параллельные прямые, пересекающие эту плоскость в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Найдите длину отрезка  $CC_1$ , если  $AC:CB=4:3$  и  $BB_1 = 14$  см .

- 1) 12 см      2) 7 см      3) 8 см      4) 6 см

**A3.** Вершина A треугольника ABC лежит в плоскости  $\alpha$ , вершины B и C расположены по одну сторону от этой плоскости. Отрезок AD-медиана треугольника ABC. Через точки B, D, C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $B_1, D_1, C_1$  соответственно. Найдите длину  $DD_1$ , если  $BB_1 = 14$  см и  $CC_1 = 8$  см.

- 1) 3 см      2) 11 см      3) 6 см      4) 7 см

**B1.** В тетраэдре ABCD точки K, L, M, N-середины рёбер AC, BC, BD, AD, соответственно. Определите вид четырехугольника KLMN и его периметр, если  $AB=12$  см и  $CD=24$  см.

**B2.** Точки A и B лежат по одну сторону от плоскости  $\alpha$ . Точка C лежит на отрезке AB и  $AC:CB=3:4$ . Через точки A, B, C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  соответственно в точках  $A_1, B_1, C_1$ . Найдите  $CC_1$ , если  $AA_1 = a$ ,  $BB_1 = b$  ( $b > a$ ).

**C1.** Даны параллелограмм ABCD и не пересекающая его плоскость. Через вершины параллелограмма проведены параллельные прямые, пересекающие данную плоскость в точках  $A_1, B_1, C_1, D_1$ . Найдите  $DD_1$ , если  $AA_1 = 6$  см,  $BB_1 = 4$  см,  $CC_1 = 10$  см.

### Ключи к тесту 1

№ варианта	A1	A2	A3	B1	B2	C1
1	3	1	2	параллелограмм; 34 см	$\frac{2b}{5} + \frac{3a}{5}$	7 см
2	2	3	1	параллелограмм; 36 см	$\frac{3b}{7} + \frac{4a}{7}$	12 см

### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

- «2» – решено менее 3 задач;
- «3» – решены 3 задачи;
- «4» – решены 4 задачи;
- «5» – решены минимум 5 задачи из 6.

### Тест 2

#### Вариант 1

1. Какое утверждение неверное?

- 1) Через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна.
- 2) Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

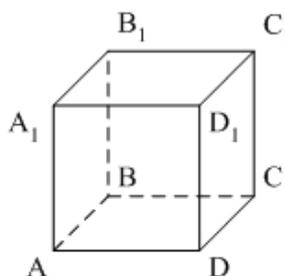
3) Через две параллельные прямые проходит плоскость, и притом только одна.

2. Параллелограмм  $ABCD$  лежит в плоскости  $\alpha$ , если...

- 1)  $A \in \alpha, B \in \alpha$ ;
- 2)  $A \in \alpha, C \in \alpha$ ;
- 3)  $A \in \alpha, B \in \alpha, O \in \alpha, O = AC \cap BD$ .

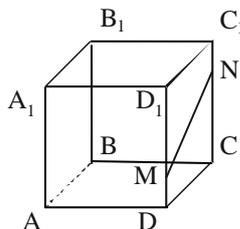
3.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб. Тогда плоскости  $(ABC)$  и  $(DD_1 C_1)$ ...

- 1) пересекаются;
- 2) не пересекаются;
- 3) совпадают.



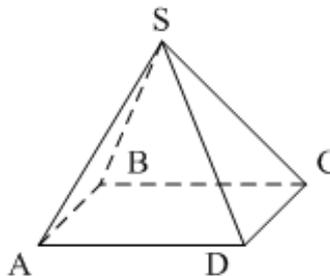
4. Прямая  $MN$  не пересекает плоскость...

- 1)  $(ABC)$ ;
- 2)  $(AA_1 B_1)$ ;
- 3)  $(BB_1 C_1)$ .



5.  $SABCD$  – четырёхугольная пирамида. Прямая  $SD$  не пересекает прямую...

- 1)  $BC$ ;
- 2)  $AD$ ;
- 3)  $S$ .



6. Две различные плоскости не могут иметь...

- 1) общую точку;
- 2) общую прямую;
- 3) три общих точки, не лежащие на одной прямой.

7. Какое утверждение неверное?

- 1)  $a \in \alpha, a \cap \beta \Rightarrow \alpha \cap \beta$ .
- 2)  $a \in \alpha, b \in \beta, a \cap b \Rightarrow \alpha \cap \beta$ .
- 3)  $a \in \alpha, \alpha \cap \beta = c \Rightarrow a \cap c$ .

8. Через прямые  $t$  и  $k$  можно провести более одной плоскости. Тогда прямые  $t$  и  $k$ ...

- 1) пересекаются;
- 2) параллельные;
- 3) совпадают.

9. Точка  $A$  принадлежит прямой  $a$ . Тогда через них можно провести...

- 1) хотя бы одну плоскость;
- 2) только одну плоскость;
- 3) не более одной плоскости.

## Вариант 2

1. Верно, что...

- 1) любые три точки лежат в одной плоскости;
- 2) любые четыре точки не лежат в одной плоскости;
- 3) через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и при том только одна.

2.  $AB$  и  $CD$  – диаметры окружности с центром  $O$ . Все точки окружности лежат в плоскости  $\alpha$ , если...

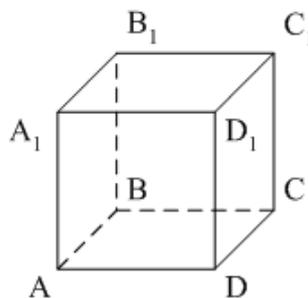
- 1)  $A \in \alpha, C \in \alpha, O \in \alpha$ ;
- 2)  $D \in \alpha, C \in \alpha, O \in \alpha$ ;
- 3)  $A \in \alpha, B \in \alpha, O \in \alpha$ .

3. Верно ли, что прямая лежит в плоскости данного треугольника, если она...

- 1) пересекает две стороны треугольника;
- 2) проходит через одну из вершин треугольника;
- 3) содержит одну из сторон треугольника.

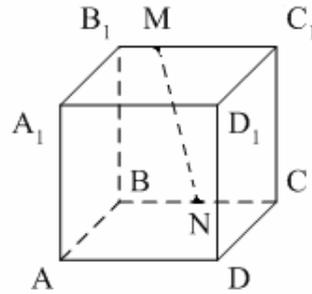
4.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб. Тогда плоскости  $(AB_1 C_1)$  и  $(CDD_1)$ ...

- 1) пересекаются;
- 2) не пересекаются;
- 3) совпадают.



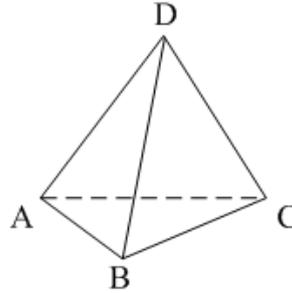
5. Прямая  $MN$  не пересекает плоскость...

- 1)  $(AA_1B_1)$ ;
- 2)  $(ABC)$ ;
- 3)  $(AA_1D_1)$ .



6.  $DABC$  – треугольная пирамида. Прямая  $BD$  не пересекает прямую...

- 1)  $AC$ ;
- 2)  $AD$ ;
- 3)  $BC$ .



7. Сколько общих точек, не лежащих на одной прямой, не могут иметь две различные плоскости?

- 1) 1;
- 2) 2;
- 3) 3.

8. Даны две параллельные прямые  $a$  и  $b$  и точка  $M$ , не лежащая ни на одной из них. Точка  $M$  лежит в одной плоскости с прямыми  $a$  и  $b$ , если через точку  $M$  можно провести прямую, пересекающую...

- 1) хотя бы одну из данных прямых;
- 2) только одну из данных прямых;
- 3) две данные прямые.

9. Через три точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  можно провести единственную плоскость. Тогда точки...

- 1) не лежат на одной прямой;
- 2) лежат на одной прямой;
- 3) совпадают.

Ключ к тесту 2:

№ п/п вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	3	1	2	1	3	2	3	1
2	3	1	3	1	3	1	3	3	1

### Критерии оценки заданий

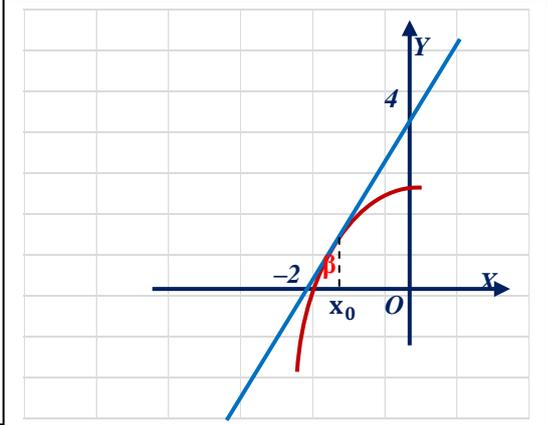
Оценка учащимся может быть выставлена:

- «2» – решено менее 3 задач;
- «3» – решены 5-3 задачи из двух уровней;
- «4» – решены 7-6 задач;

«5» – решены минимум 8 задач из 9.

## Раздел 6 Дифференциальное исчисление

### Аттестация по темам 6.1-6.2

Вопрос	Ответ
Вариант 1	
1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} (4x - 1)$	3
2. Вычислить производную функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$	$2x - 2$
3. Исследовать функцию $y = 2x^3 - 6x$ на монотонность	Ответ: функция возрастает на числовых промежутках $(-\infty; -1)$ и $(1; \infty)$ ; Функция убывает на числовом промежутке $(-1; 1)$ .
4. На рисунке изображён график функции $f(x)$ и касательная к нему в точке $x_0$ . Найдите значение производной в точке $x_0$ .	2.
	
Вариант 2	
1. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{4 - x}$	$\frac{1}{4}$
2. Вычислить производные функций $y = (\sqrt[3]{x})$	$\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
3. Исследуйте функцию $y = 1 + 12x - x^3$ на экстремумы	Ответ: $x_{max} = 2, x_{min} = -2$ .
4. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$ в точке $x_0 = -1$ .	-6.

### Критерии оценки заданий

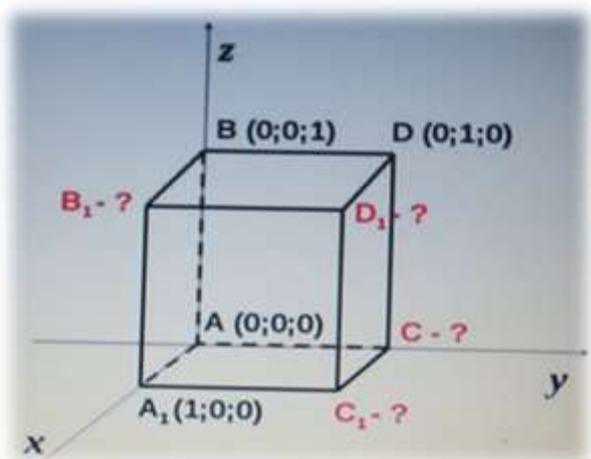
Оценка учащимся может быть выставлена:

- «2» – решено 0 задач;
- «3» – решены 2-1 задача;
- «4» – решены 3 задачи;

«5» – решены 4 задачи.

## Раздел 7 Векторы и координаты

### Аттестация по темам 7.1-7.2

Вопрос	Ответ
<p>1. Единичный куб поместили в систему координат. Определить координаты всех его вершин</p> 	<p>1) Координаты точки <math>C_1</math>: точка лежит в координатной плоскости <math>Oxy</math>. Значит <math>C_1(1; 1; 0)</math>;                  2) Координаты точки <math>C</math>: точка <math>C</math> лежит на оси <math>Oy</math> и её координаты <math>C(0; 1; 0)</math>;                  3) Координаты точки <math>B_1</math>: точка <math>B_1</math> лежит в плоскости <math>Oxz</math> и её координаты <math>B_1(1; 0; 1)</math>;                  4) точка <math>D_1(1; 1; 1)</math></p>
<p>2. Дан прямоугольный параллелепипед со сторонами 4 см, 5 см, 6 см. Найти расстояние от точки <math>B</math> до середины ребра <math>DD_1</math>.</p>	<p><math>5\sqrt{2}</math> (см)</p>
<p>3. Упростить выражение <math>2(3\vec{a} - 4\vec{b}) + 3(\vec{b} - 2\vec{a}) + 4\vec{a}</math>.</p>	<p>Ответ: <math>4\vec{a} - 5\vec{b}</math>.</p>
<p>4. Векторы <math>\vec{AC} = \vec{a}</math> и <math>\vec{BD} = \vec{b}</math> служат диагоналями параллелограмма <math>ABCD</math>. Выразить через векторы <math>\vec{a}</math> и <math>\vec{b}</math> вектора <math>\vec{AB}</math>, <math>\vec{BC}</math>, <math>\vec{CD}</math>, <math>\vec{DA}</math>.</p>	<p>Из <math>\triangle AOB</math> <math>\vec{AB} = \vec{AO} - \vec{BO} = 0,5(\vec{a} - \vec{b})</math>;                  Из <math>\triangle BOC</math> <math>\vec{BC} = \vec{BO} + \vec{OC} = 0,5(\vec{a} + \vec{b})</math>;                  Из <math>\triangle COD</math> <math>\vec{CD} = \vec{OD} - \vec{OC} = 0,5(\vec{b} - \vec{a})</math>;                  Из <math>\triangle AOD</math> <math>\vec{DA} = \vec{AO} + \vec{OD} = 0,5(\vec{a} + \vec{b})</math>.</p>
<p>5. Вектора <math>\vec{a}</math> и <math>\vec{b}</math> образуют угол равный <math>60^\circ</math> и <math> \vec{a}  = 5</math>, <math> \vec{b}  = 8</math>. Выполнить сложение векторов и найти                  а) <math> \vec{a} + \vec{b} </math>;                  б) <math> \vec{a} - \vec{b} </math>.</p>	<p>а) <math>\approx 11,4</math>                  б) 7</p>
<p>6. Найти <math>\vec{a} \cdot \vec{c}</math>, если <math>\vec{a}(-2; 3; 1)</math> и <math>\vec{c}(-4; -5; 2)</math>.</p>	<p>Ответ: -5</p>

### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

«2» – решено менее 2 задач;

«3» – решены 2-3 задачи;

«4» – решены 4 задачи;

«5» – решены 5-6 задач.

## Раздел 8 Интегральное исчисление

### Аттестация по темам 8.1-8.2

Вопрос	Ответ
1. Вычислить интеграл $\int (2 \sin x + 5 \cos x) dx$	$\int (2 \sin x + 5 \cos x) dx = -2 \int \sin x dx + 5 \int \cos x dx = -2 \cos x + 5 \sin x + C$
2. Найти интеграл $\int 2^x dx$	$\int 2^x dx = \int (e^{\ln 2})^x dx = \int e^{\ln 2 \cdot x + 0} dx = \frac{1}{\ln 2} \int e^{\ln 2 \cdot x + 0} \cdot \ln 2 dx = \frac{1}{\ln 2} \int e^t dt = \frac{1}{\ln 2} \cdot e^t + C = \frac{e^{\ln 2 \cdot x}}{\ln 2} + C = \frac{(e^{\ln 2})^x}{\ln 2} + C = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$
3. Вычислить определённый интеграл $\int_0^8 \sqrt[3]{x} dx.$	$\int_0^8 \sqrt[3]{x} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \Big _0^8 = \frac{3}{4} \cdot 8^{\frac{4}{3}} - 0 = 12.$
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^3$ , $x=2$ , $x=5$ .	<p><i>Решение.</i> Фигура представляет собой криволинейную трапецию</p> $S = \int_2^5 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big _2^5 = \frac{625}{4} - \frac{16}{4} = \frac{609}{4} = 152\frac{1}{4}$ <p>Ответ: <math>152\frac{1}{4}</math>.</p>

### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

«2» – решено менее 2 задач;

«3» – решены 1-2 задачи;

«4» – решены 3 задачи;

«5» – решены 4 задачи.

### Контрольная работа № 3

Вопрос	Ответ
1. Вычислить $\int_1^3 \left(\frac{4}{x} - x\right) dx.$	<p>Для вычисления данного интеграла находим первообразную для функции <math>f(x) = \frac{4}{x} - x</math>.</p> <p>При вычислении учитываем, что <math>\ln 1 = 0</math>.</p> $\int_1^3 \left(\frac{4}{x} - x\right) dx = (4 \ln x  - \frac{x^2}{2}) \Big _1^3 = (4 \ln 3 - \frac{3^2}{2}) - (4 \ln 1 - \frac{1^2}{2}) = 4 \ln 3 - 4,5 + 0,5 = 4 \ln 3 - 4.$ <p>Ответ: <math>4 \ln 3 - 4</math>.</p>
2. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx.$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx =$ $\left  \begin{array}{l} t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx \\ \sin x dx = -dt \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} t_1 = \cos 0 = 1 \\ t_2 = \cos \frac{\pi}{2} = 0 \end{array} \right  = -$ $\int_1^0 t^2 dt = -\frac{t^3}{3} \Big _1^0 = \frac{1}{3}.$
3. Вычислите количество электричества, протекшего по проводнику за промежуток времени $[3, 4]$ , если сила тока задаётся формулой $I(t) = 3t^2 - 2t$ .	$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt = \int_3^4 (3t^2 - 2t) dt = (t^3 - t^2) \Big _3^4 = 64 - 16 - 27 + 9 = 30.$ <p>Ответ: <math>q = 30</math>.</p>
4. Найти количество теплоты, выделенное за время $t \in [1, 2]$ . Если теплоёмкость $c(t) = t^2$ .	$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt = \int_1^2 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big _1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}.$ <p>Ответ: <math>2\frac{1}{3}</math>.</p>

5. Найти интеграл $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$ .	Ответ: $e^{\sin x} + C$
6. Найти интеграл $\int \frac{6dx}{(x+5)^7}$ .	Ответ: $-\frac{1}{(x+5)^6} + C$

### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

«2» – решено менее 2 задач;

«3» – решены 2-3 задачи;

«4» – решены 4 задачи;

«5» – решены 5-6 задач.

## Раздел 9 Геометрические тела и поверхности. Измерения в геометрии

### Аттестация по теме 9.1

Вопрос	Ответ
1. Что называется призмой? Назовите ее элементы.	Многогранник, составленный из двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов, называется призмой. Элементы: основания, грани, ребра, вершины, диагональ
2. Из чего состоит поверхность призмы?	Из двух оснований и боковой поверхности
3. Какие многоугольники могут лежать в основании призмы?	Правильные и неправильные
4. Какими отрезками являются боковые ребра призмы?	Равными и параллельными
5. Какими многоугольниками являются боковые грани призмы?	параллелограммами
6. Боковые грани призмы являются... А) параллелограммами Б) прямоугольниками В) треугольниками	А
7. Высота прямой призмы равна ее... А) ребру Б) плоскости В) отрезку	А
8. Все высоты призмы... А) не равны Б) перпендикулярны В) равны	В
9. Призма, у которого все три измерения равны, есть... А) квадрат Б) треугольник В) куб	В
10. Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания призмы к плоскости другого, есть... А) медиана Б) высота	Б

В) радиус	
11. Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма... А) наклонная Б) прямая В) повернутая	Б
12. Основания призмы лежат в плоскостях, которые являются... а) пересекающимися б) параллельными в) скрещивающимися	Б

### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

- «2» – решено менее 3 задач;
- «3» – решены 4-7 задачи;
- «4» – решены 8-11 задачи;
- «5» – решены 10-12 задач.

### Вариант – 1

1. Выберите неверное утверждение.

- а) За единицу измерения объёмов принимается куб, ребро которого равно единице измерения отрезков;
- б) тела, имеющие равные объёмы, равны;
- в) объём куба равен кубу его ребра;
- г) объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений;
- д) объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

2. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна 6 см, ширина – 7 см, а диагональ – 11 см.

- а)  $252\text{см}^3$ ;    б)  $126\text{см}^3$ ;    в)  $164\text{см}^3$ ;    г)  $462\text{см}^3$ ;    д)  $294\text{см}^3$

3. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ которого равна 6м. Через диагональ основания и противоположающую вершину верхнего основания проведена плоскость под углом  $45^\circ$  к нижнему основанию. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда.

- а)  $108\text{ м}^3$ ;    б)  $216\text{ м}^3$ ;    в)  $27\text{ м}^3$ ;    г)  $54\text{ м}^3$ ;    д)  $81\text{ м}^3$ ;

4. Площадь полной поверхности куба равна  $150\text{ см}^2$ . Найдите объём куба.

- а)  $150\text{см}^3$ ;    б)  $25\text{см}^3$ ;    в)  $250\text{см}^3$ ;    г)  $105\text{см}^3$ ;    д)  $125\text{см}^3$ .

5. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 6 см и 8см. Через диагональ основания проведена плоскость, параллельная диагонали параллелепипеда. Проведенная плоскость составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите объём параллелепипеда.

- а)  $460,8\text{ см}^3$ ;    б)  $480\text{ см}^3$ ;    в)  $240\text{ см}^3$ ;    г)  $230,4\text{ см}^3$ ;    д)  $230\text{ см}^3$ ;

6. Найдите площадь диагонального сечения куба, если его объём равен  $64\text{ см}^3$ .

- а)  $2\sqrt{2}\text{ см}^2$ ;    б)  $4\sqrt{2}\text{ см}^2$ ;    в)  $4\text{ см}^2$ ;    г)  $16\sqrt{2}\text{ см}^2$ ;    д)  $16\text{ см}^2$ ;

7. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 2 м. Эта диагональ составляет с боковой гранью, содержащей сторону, равную 1, угол  $45^\circ$ . Найдите объём параллелепипеда.

а)  $2\sqrt{2} \text{ м}^3$ ; б)  $4\sqrt{2} \text{ м}^3$ ; в)  $\sqrt{2} \text{ м}^3$ ; г)  $0,5\sqrt{2} \text{ м}^3$ ; д)  $1 \text{ м}^3$ .

8. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как 2:3:4. Диагональ параллелепипеда равна  $3\sqrt{29}$  м. Найдите объем параллелепипеда.

а)  $618 \text{ м}^3$ ; б)  $676 \text{ м}^3$ ; в)  $642 \text{ м}^3$ ; г)  $648 \text{ м}^3$ ; д)  $612 \text{ м}^3$ .

9. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся, как 1:2:3, а его объем равен  $48 \text{ см}^3$ . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

а)  $72 \text{ см}^2$ ; б)  $144 \text{ см}^2$ ; в)  $72 \text{ см}^2$ ; г)  $288 \text{ см}^2$ ; д)  $72 \text{ см}^2$ .

10. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 5 см и 12 см, диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда.

а)  $390 \text{ см}^3$ ; б)  $390\sqrt{3} \text{ см}^3$ ; в)  $780 \text{ см}^3$ ; г)  $780\sqrt{3} \text{ см}^3$ ; д)  $780\sqrt{3} \text{ м}^3$ .

### Вариант – 2

1. Выберите верное утверждение.

а) За единицу измерения объемов принимается квадрат, сторона которого равно единице измерения отрезков;

б) если тело составлено из нескольких тел, имеющих общие внутренние точки, то его объем равен сумме объемов этих тел;

в) объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений на длину диагонали параллелепипеда;

г) равные тела имеют равные объемы;

д) наибольшей единицей измерения объемов является  $1 \text{ м}^3$ .

2. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна 2 см, ширина – 6 см, а диагональ – 7 см.

а)  $36 \text{ см}^3$ ; б)  $18 \text{ см}^3$ ; в)  $84 \text{ см}^3$ ; г)  $21 \text{ см}^3$ ; д)  $72 \text{ см}^3$

3. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна 12 см и составляет угол  $30^\circ$  с плоскостью боковой грани. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

а)  $108\sqrt{2} \text{ см}^3$ ; б)  $216 \text{ см}^3$ ; в)  $432\sqrt{2} \text{ см}^3$ ; г)  $216\sqrt{2} \text{ см}^3$ ; д)  $432 \text{ см}^3$ .

4. Объем куба равен  $27 \text{ см}^3$ . Найдите площадь полной поверхности куба.

а)  $36 \text{ см}^2$ ; б)  $9 \text{ см}^2$ ; в)  $108 \text{ см}^2$ ; г)  $27 \text{ см}^2$ ; д)  $54 \text{ см}^2$ .

5. Стороны основания прямого параллелепипеда, равные 7 см и  $\sqrt{18}$  см, образуют угол  $45^\circ$ . Меньшая диагональ параллелепипеда образует угол  $45^\circ$  с плоскостью основания. Найдите объем прямого параллелепипеда.

а)  $216 \text{ см}^3$ ; б)  $105 \text{ см}^3$ ; в)  $216\sqrt{6} \text{ см}^3$ ; г)  $72 \text{ см}^3$ ; д)  $72\sqrt{18} \text{ см}^3$

6. Найдите объем куба, если площадь его диагонального сечения равна  $2\sqrt{2} \text{ см}^2$ .

а)  $2 \text{ см}^3$ ; б)  $2\sqrt{2} \text{ см}^3$ ; в)  $4 \text{ см}^3$ ; г)  $2\sqrt{2} \text{ см}^2$ ; д)  $4\sqrt{2} \text{ см}^3$ .

7. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 4. Эта диагональ составляет с боковой гранью, содержащей сторону, равную 2, угол  $45^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда.

а)  $4\sqrt{2} \text{ м}^3$ ; б)  $8\sqrt{2} \text{ м}^2$ ; в)  $16\sqrt{2} \text{ м}^3$ ; г)  $8\sqrt{2} \text{ м}^3$ ; д)  $16 \text{ м}^3$ .

8. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как 1:2:3. Диагональ

параллелепипеда равна  $4\sqrt{14}$  м. Найдите объем параллелепипеда.

- а)  $384 \text{ м}^3$ ; б)  $390 \sqrt{7} \text{ м}^3$ ; в)  $368 \text{ м}^3$ ; г)  $374\sqrt{2} \text{ м}^3$ ; д)  $372\sqrt{14}\text{м}^3$ .

9. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся, как 1:2:3, а площадь его боковой поверхности равна  $72 \text{ см}^2$ . Найдите объем параллелепипеда.

- а)  $72 \text{ см}^3$ ; б)  $48 \text{ см}^3$ ; в)  $96 \text{ см}^3$ ; г)  $192 \text{ см}^3$ ; д)  $72 \text{ см}^2$ .

10. Сторона основания прямоугольного параллелепипеда и боковое ребро равны 16 см и  $8\sqrt{3}$  см соответственно, диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда.

- а)  $640 \sqrt{3}\text{см}^3$ ; б)  $640 \sqrt{15} \text{ см}^3$ ; в)  $1280 \sqrt{3}\text{см}^3$ ; г)  $1280\sqrt{15} \text{ см}^3$ ; д)  $1024\sqrt{15} \text{ см}^3$ .

### Ключ к тесту

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вариант 1	Б	Г	Г	Д	Б	Г	В	Г	Д	Г
Вариант 2	Г	А	Г	Д	Б	Б	Г	А	Б	Д

### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

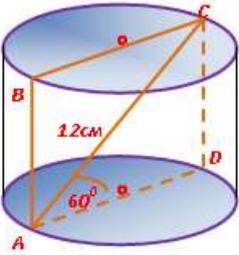
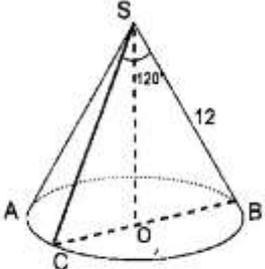
«2» – решено менее 3 задач;

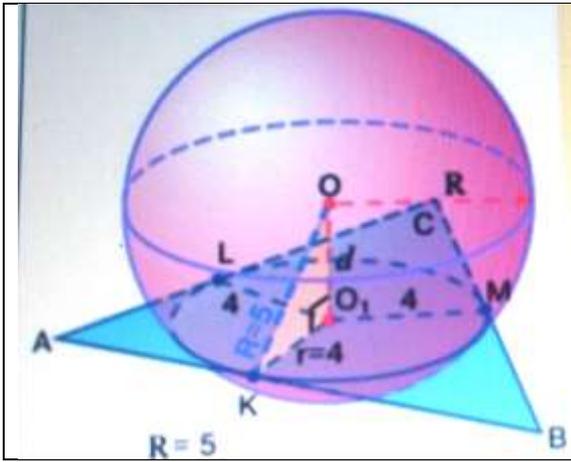
«3» – решены 3-5 задачи;

«4» – решены 6-8 задач;

«5» – решены 9-10 задач.

### Аттестация по теме 9.2

Вопрос	Ответ
<p>1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 12 см и образует с плоскостью основания угол <math>60^\circ</math>. Найти объем этого цилиндра</p> 	<p>Решение. Из <math>\triangle ACD</math> найдём <math>AD = AC \cdot \cos 60^\circ</math> и <math>CD = AC \cdot \sin 60^\circ</math>. <math>AD = 12 \cdot 0,5 = 6</math> (см); <math>CD = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}</math> (см). Тогда высота цилиндра равна <math>6\sqrt{3}</math> см, а радиус - 3 см. Объем цилиндра вычисляется по формуле <math>V = \pi R^2 H</math>. <math>V = \pi \cdot 9 \cdot 6\sqrt{3} = 54\sqrt{3}\pi</math> (см<sup>3</sup>). Ответ: <math>54\sqrt{3}\pi</math> (см<sup>3</sup>).</p>
 <p>2. Найти <math>SO</math> и <math>OB</math>.</p>	<p>Решение.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Из треугольника <math>OSB</math> (<math>\angle S = 60^\circ</math>, <math>\angle O = 90^\circ</math>, <math>SB = L = 12</math>) <math>SO = SB \cdot \cos 60^\circ</math> <math>\Rightarrow SO = 12 \cdot 0,5 = 6</math>.</li> <li>Из треугольника <math>OSB</math> (<math>\angle S = 60^\circ</math>, <math>\angle O = 90^\circ</math>, <math>SB = L = 12</math>) <math>BO = SB \cdot \sin 60^\circ</math> <math>\Rightarrow SO = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}</math>.</li> </ol>
<p>3. Радиус шара равен 5, а радиус сечения</p> <p>4. Найти расстояние от центра шара до плоскости сечения.</p>	<p>Решение. Сечение шара плоскостью - круг. Радиус шара, проведённый в центр круга сечения, перпендикулярен секущей плоскости.</p>



Зная радиус шара и радиус сечения, найдём расстояние от центра шара до секущей плоскости. Это отрезок радиуса шара  $OO_1$ . Из  $\triangle OO_1K$  по теореме Пифагора  $OK^2 = OO_1^2 + KO_1^2$ , то есть  $R^2 = r^2 + d^2$ . Следовательно,  $d = \sqrt{R^2 - r^2}$ . Значит  $d = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ .  
 Ответ:  $OO_1 = 3$ .

### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

- «2» – решено 0 задач;
- «3» – решена 1 задача;
- «4» – решены 2 задачи;
- «5» – решены 3 задачи.

### Раздел 10 Комбинаторика. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

#### Контрольная работа № 4

Вопрос	Ответ
1. В коробке лежит 7 синих, 8 красных и 5 зеленых шаров. Событие $A$ – шар зеленый	$7+8+5=20; C_n^1=n$ $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_5^1}{C_{20}^1} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$
2. В коробке лежат 100 электроламп, из них 5 бракованных. Событие $A$ – на удачу, выбранные 2 электролампы исправны.	$100-5=95$ – исправных электроламп. $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_{95}^2}{C_{100}^2} = \frac{\frac{95!}{93! \cdot 2!}}{\frac{100!}{98! \cdot 2!}} = \frac{94 \cdot 95}{99 \cdot 100} = \frac{893}{990} \approx 0,902$
3. В коробке лежит 10 шаров: 6 белых и 4 черных. Найти вероятность того, что из пяти взятых наугад шаров будет 4 белых.	Найдем число благоприятных исходов: число способов, которыми можно взять 4 белых шара из 6 имеющихся шаров, равно: $C_6^4 = C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15$ Общее число исходов определяется числом сочетаний из 10 по 5: $C_{10}^5 = 252$ Искомая вероятность $P = 15/252 \approx 0,06$ .
4. В лотерее из 50 билетов 8 выигрышных билетов. Найти вероятность того, что среди первых 5-ти наугад выбранных билетов 2 будут выигрышными.	$50 - 8 = 42$ – билета невыигрышных. Событие $A$ – среди первых 5-ти билетов 2 выигрышных. $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_8^2 \cdot C_{42}^3}{C_{50}^5} = \frac{\frac{8!}{6! \cdot 2!} \cdot \frac{42!}{39! \cdot 3!}}{\frac{50!}{45! \cdot 5!}} = \frac{\frac{7 \cdot 8}{2} \cdot \frac{40 \cdot 41 \cdot 42}{1 \cdot 2 \cdot 3}}{\frac{46 \cdot 47 \cdot 48 \cdot 49 \cdot 50}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}} = \frac{164}{1081} \approx 0,151$

<p>5. В ящике находится 10 стандартных и 5 нестандартных деталей. Какова вероятность, что среди наугад взятых 6 деталей будет 4 стандартных и 2 нестандартных?</p>	<p>Общее число исходов равно <math>C_{15}^6</math>.</p> <p>Число благоприятных исходов определяется произведением <math>C_{10}^4 \cdot C_5^2</math>, где первый сомножитель соответствует числу вариантов изъятия из ящика 4-х стандартных деталей из 10, а второй – числу вариантов изъятия из ящика 2-х нестандартных деталей из пяти. Отсюда следует, что искомая вероятность равна</p> $P = \frac{C_{10}^4 \cdot C_5^2}{C_{15}^6} = 0,42.$
--	--

### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

«2» – решено менее 2 задач;

«3» – решены 2 задачи;

«4» – решены 3 задачи;

«5» – решены 4-5 задачи.

## Вид текущего контроля: Практические задания (решение задач)

Задания для практических работ формируются из методических указаний к практическим занятиям для студентов 1 курса (ч.1, 2, 3)

### Практическое занятие 1: Целые и рациональные числа. Действительные числа.

- Какие числа называются а) натуральными; б) целыми; в) рациональными; г) иррациональными; д) действительными?
- Как обозначаются множества: а) натуральных чисел; б) целых чисел; в) рациональных чисел; г) действительных чисел?
- Может ли разность двух отрицательных чисел быть положительным числом?
- Может ли сумма двух иррациональных чисел быть рациональным числом?
- Может ли произведение иррациональных чисел быть рациональным числом?
- В каком случае несократимую обыкновенную дробь можно представить в виде конечной десятичной дроби?
- Верно ли, что каждой точке координатной оси соответствует действительное число и каждому действительному числу соответствует точка координатной оси?

### Практическое занятие 2: Линейные уравнения, неравенства и их системы.

1. Определение линейного уравнения.
2. Теоремы о равносильности уравнений. Решение линейных уравнений.
3. Системы линейных уравнений и их методы их решения.
4. Линейные неравенства и их решение.
5. Системы линейных неравенств и их решение.

### Практическое занятие 3: Квадратные уравнения, неравенства и системы.

1. Квадратное уравнение и его решение.
2. Квадратное неравенство и его решение
3. Решение систем уравнений, в которых одно уравнение квадратное

### Практическое занятие 4: Свойства и графики основных элементарных функций.

1. Линейная функция  $y = kx + b$
2. Функция  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ )
3. Функция  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ )
4. Практическая часть: построение графиков функций.

### Практическое занятие 5: Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований

1. Решение упражнений на свойства функций
2. Систематизация знаний о геометрических преобразованиях графиков функций.

### Практическое занятие 6: Аттестация по темам 1.1-1.3

1. Математический диктант
2. Построение графиков с помощью геометрических преобразований.
3. Самостоятельная работа.

### Практическое занятие 7: Преобразование выражений, содержащих радикалы.

1. Преобразования корней.
2. Сравнение радикалов.
3. Действия над радикалами

### Практическое занятие 8: Иррациональные уравнения

1. Понятие иррационального уравнения. Область решения иррационального уравнения
2. Решение иррационального уравнения
3. Способы решения иррациональных уравнений.

**Практическое занятие 9: Иррациональные уравнения и неравенства**

1. Понятие иррационального неравенства
2. Равносильные преобразования иррациональных неравенств
3. Метод интервалов для решения иррациональных неравенств

**Практическое занятие 10: Упрощение выражений. Уравнения.**

1. Устное решение иррациональных уравнений ( по таблице )
2. Коллективное решение иррациональных уравнений.
3. Решение систем иррациональных уравнений.

**Практическое занятие 11: Преобразование выражений, содержащих степени.**

1. Обобщение понятия степени.
2. Свойства степеней с рациональным показателем
3. Решение упражнений на преобразование выражений с рациональным показателем.

**Практическое занятие 12: Преобразование выражений, содержащих логарифмы.**

1. Логарифмическая единица и логарифмический ноль.
2. Основное логарифмическое тождество
3. Вынесение показателя степени за знак логарифма.
4. Формулы перехода к новому основанию и следствия из них.

**Практическое занятие 13: Аттестация по темам 2.1-2.3 (см. письменная проверочная работа)**

**Практическое занятие 14: Построение графиков показательной функции с помощью преобразований**

1. Определение показательной функции, её свойства и график.
2. Построение графиков показательной функции.

**Практическое занятие 15: Построение графиков логарифмической функции с помощью преобразований.**

1. Понятие логарифмической функции. Свойства и график логарифмической функции.
2. Построение графиков функций

**Практическое занятие 16: Решение показательных уравнений и неравенств**

1. Основные формулы и соотношения
2. Решение простейших показательных уравнений.
3. Некоторые методы решения показательных уравнений.
4. Решение показательных неравенств.

**Практическое занятие 17: Решение логарифмических уравнений и неравенств.**

1. Основные формулы и соотношения
2. Решение простейших логарифмических уравнений.
3. Некоторые методы решения логарифмических уравнений.
4. Решение логарифмических неравенств.

**Практическое занятие 18: Аттестация по темам 3.1-3.4 (см. письменная проверочная работа)**

**Практическое занятие 19: Радианная мера угла. Периодичность. Четность функций синус и косинус. Основные формулы**

1. Понятие угла.
2. Измерение углов.
3. Радианная мера угла.
4. Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента.
5. Решение типовых задач на применение соотношений между тригонометрическими функциями одного аргумента.

### **Практическое занятие 20: Периодичность. Чётность функций тангенс и котангенс.**

#### **Основные формулы**

1. Чётность и нечётность тригонометрических функций
2. Периодичность тригонометрических функций.
3. Решение типовых упражнений.

### **Практическое занятие 21: Формулы суммы и разности аргументов**

1. Формулы сложения.
2. Решение типовых задач с применением формул сложения.

### **Практическое занятие 22: Формулы двойных и половинных углов**

1. Теоретическая часть: формулы двойного и половинного аргумента.
2. Применение формул двойного и половинного аргумента.
3. Формулы понижения степени.

### **Практическое занятие 23: Формулы приведения**

1. Формулы приведения.
2. Алгоритм составления формул приведения.
3. Формулы дополнительных аргументов.
4. Применение формул приведения.

### **Практическое занятие 24: Формулы сложения функций и преобразования произведения в сумму**

1. Формулы преобразования суммы (разности) одноимённых тригонометрических функций в произведение.
2. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму.
3. Решение типовых задач на применение изученных формул.

### **Практическое занятие 25: Преобразование тригонометрических выражений.**

#### **Доказательство тождеств. Аттестация по теме 4.1**

1. Систематизация теоретических знаний.
2. Преобразование тригонометрических выражений.
3. Доказательство тождеств.
4. Текущий контроль.
- 5.

### **Практическое занятие 26: Построение графиков функций с помощью преобразований**

1. Построение графиков функций  $y = \sin x$  с помощью единичного круга.
2. Построение графика функции  $y = \cos x$  применив формулу дополнительного угла.
3. Построение графиков функций синуса и косинуса с помощью геометрических преобразований.

### **Практическое занятие 27: Построение графиков функций тангенс и котангенс с помощью преобразований.**

1. Построение графиков функций  $y = \operatorname{tg} x$  и  $y = \operatorname{ctg} x$ .
2. Построение графиков с помощью геометрических преобразований

### **Практическое занятие 28: Обратные тригонометрические функции.**

1. Обратные тригонометрические функции.

### **Практическое занятие 29: Решение простейших тригонометрических уравнений**

1. Решение простейших тригонометрических уравнений.
2. Примеры решения тригонометрических уравнений.

### **Практическое занятие 30: Решение тригонометрических уравнений с помощью замены переменной**

1. Решение тригонометрических уравнений способом приведения к одной тригонометрической функции.
2. Примеры решения тригонометрических уравнений.

### **Практическое занятие 31: Решение однородных тригонометрических уравнений**

1. Понятие однородного уравнения.
2. Метод решения однородных тригонометрических уравнений
3. Примеры решения однородных тригонометрических уравнений.

### **Практическое занятие 32: Решение уравнений с помощью формул тригонометрии**

1. План поиска решения тригонометрического уравнения.  
Примеры решения тригонометрических уравнений приведением к одной функции (с одинаковым аргументом).

### **Практическое занятие 33: Решение уравнений и неравенств**

1. Решение простейших тригонометрических неравенств с помощью единичной окружности.
2. Способы решения более сложных тригонометрических неравенств.
3. Примеры решения неравенств.

### **Практическое занятие 34: Решение задач на треугольники.**

1. Понятие треугольника.
2. Вычисление площадей треугольников.
3. Вычисление площадей частных видов треугольников
4. Решение задач методом площадей.

### **Практическое занятие 35: Решение задач на четырехугольники.**

1. Повторение известного теоретического материала (фронтальная беседа)
2. Решение задач по готовым чертежам
3. Вычисление площадей четырёхугольников

### **Практическое занятие 36: Начало стереометрии.**

1. Составление опорного конспекта по теме «Аксиомы стереометрии и следствия из них».
2. Решение задач на применение аксиом и следствий из них.
3. Обобщение сведений о расположении прямых и плоскостей в пространстве.
4. Решение задач на расположение прямых и плоскостей в пространстве.

### **Практическое занятие 37: Контрольная работа № 1 (см. письменная проверочная работа)**

### **Практическое занятие 38: Параллельность прямых, прямой и плоскости.**

1. Параллельные прямые в пространстве. Решение задач.

2. Параллельность прямой и плоскости. Решение задач.

**Практическое занятие 39: Параллельность плоскостей. Построение сечений.**

1. Параллельность плоскостей, решение задач.

**Практическое занятие 40, 41: Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости.**

1. Перпендикулярные прямые в пространстве. Решение задач.
2. Перпендикулярность прямой и плоскости. Решение задач.

**Практическое занятие 42: Перпендикулярность плоскостей. Угол между плоскостями**

1. Перпендикулярность плоскостей. Решение задач.
2. Углы между плоскостями.

**Практическое занятие 43: Контрольная работа № 2 (см. письменная проверочная работа)**

**Практическое занятие 44: Вычисление пределов функций**

1. Определение предела функции в точке.
2. Метод вычисления пределов непрерывных функций.
3. Метод вычисления пределов функций разложением на множители.
4. Метод вычисления пределов делением на наивысшую степень переменной.

**Практическое занятие 45: Дифференцирование простых функций**

1. Дифференцирование элементарных функций по определению.
2. Дифференцирование степенной функции
3. Дифференцирование простых функций.

**Практическое занятие 46, 47: Производная произведения и частного**

1. Вычисление производных простых функций.
2. Вычисление производных функций представленных в виде произведения
3. Вычисление производных функций представленных в виде частного.
4. Вычисление производных функций представленных в виде произведения
5. Вычисление производных функций представленных в виде частного.
6. Вычисление значения производной в точке
7. Решение упражнений

**Практическое занятие 48, 49: Производные сложных функций**

1. Производная функции  $y = \sqrt[n]{x}$ .
2. Понятие сложной функции.
3. Производная сложной функции.
4. Решение упражнений.

**Практическое занятие 50: Монотонность и экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значение.**

1. Монотонность и постоянство функций. Необходимое и достаточное условие постоянства функций.
2. Экстремумы функции. Необходимое и достаточное условия экстремума.
3. Наибольшее и наименьшее значения функции.

**Практическое занятие 51: Уравнение касательной и физические применения.**

1. Уравнение касательной. Алгоритм записи уравнения касательной к графику функции в заданной точке.

2. Примеры физических величин, задаваемых с помощью производных функций..
3. Примеры решения физических задач с помощью производных.

**Практическое занятие 52: Исследование функций.**

1. Общая схема исследования функции для построения её графика.
2. Нахождение вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот.
3. Исследование функции на выпуклость, вогнутость и точки перегиба.
4. Примеры построения графиков функций.

**Практическое занятие 53: Аттестация по темам 6.1-6.2 (см. письменная проверочная работа)**

**Практическое занятие 54: Метод координат в пространстве.**

1. Работа с опорным конспектом
2. Применение формул при решении задач координатно-векторным способом.
3. Самостоятельная работа студентов

**Практическое занятие 55: Линейные действия над векторами.**

1. Понятие линейных операций над векторами.
2. Решение задач на преобразование выражений содержащих вектора.
3. Решение задач на нахождение длины векторов с применением теоремы косинусов.

**Практическое занятие 56: Применение скалярного произведения к решению задач.**

1. Векторы в пространстве (в координатной форме).
2. Скалярное произведение векторов.
3. Теорема о скалярном произведении векторов.
4. Решение типовых задач.

**Практическое занятие 57: Аттестация по темам 7.1-7.2. (см. письменная проверочная работа)**

**Практическое занятие 58: Непосредственное интегрирование.**

1. Таблица первообразных. Правила интегрирования.
2. Метод непосредственного интегрирования.
3. Применение метода непосредственного интегрирования, если требуется преобразование подынтегрального выражения.

**Практическое занятие 59: Интегрирование методом подстановки.**

1. Основная формула замены переменной.
2. Примеры интегрирования методом подстановки.
3. Линейные подстановки.
4. Примеры интегрирования с применением линейной подстановки.
5. Задания для самостоятельного решения.

**Практическое занятие 60, 61: Нахождение неопределенного интеграла.**

1. Нахождение неопределенного интеграла методом непосредственного интегрирования.
2. Нахождение неопределенных интегралов методом подстановки.
3. Задания для самоконтроля.
4. Нахождение неопределенного интеграла различными методами интегрирования.

**Практическое занятие 62: Вычисление определенных интегралов.**

1. Формула Ньютона - Лейбница.
2. Алгоритм вычисления определённого интеграла.
3. Примеры вычисления определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.

**Практическое занятие 63: Метод подстановки.**

1. Метод подстановки для вычисления определённого интеграла.
2. Примеры вычисления определённого интеграла методом подстановки.
3. Примеры для самостоятельного решения.

**Практическое занятие 64, 65: Вычисление площадей фигур.**

1. Определённый интеграл и правила его вычисления.
2. Площадь криволинейной трапеции.
3. Задания для самостоятельного решения.

**Практическое занятие 66: Вычисление площадей фигур и объемов тел с помощью определенного интеграла.**

1. Вычисление площадей фигур.
2. Вычисление площадей фигур, ограниченных графиками двух функций
3. Повторить определение интеграла и формулы для вычисления объёма.
4. Алгоритм решения задач на вычисление объёма тел с помощью определённого интеграла.
5. Решение задач на вычисление объёма тел с помощью определённого интеграла, применяя алгоритм.

**Практическое занятие 67: Решение некоторых физических задач.**

1. Вычисление перемещения движущегося тела.
2. Вычисление работы движущегося тела.
3. Вычисление массы тела.
4. Вычисление электрического заряда в проводнике с током.

**Практическое занятие 68: Контрольная работа № 3 (см. письменная проверочная работа)**

**Практическое занятие 69: Решение задач на призму.**

1. Систематизация и обобщение знаний о призме.
2. Решение задач.

**Практическое занятие 70: Решение задач на параллелепипед и куб.**

1. Повторение теоретического материала (работа с опорным конспектом).
2. Решение типовых задач.
3. Самостоятельная работа студентов.

**Практическое занятие 71, 72: Решение задач на пирамиду.**

1. Повторение теоретического материала (работа с опорным конспектом).
2. Решение типовых задач.
3. Самостоятельная работа студентов.

**Практическое занятие 73: Усеченная пирамида Решение задач на усеченную пирамиду.**

1. Понятие усечённой пирамиды.
2. Правильная усечённая пирамида.
3. Площадь поверхности усечённой пирамиды.
4. Объём усечённой пирамиды.
5. Решение задач.

**Практическое занятие 74: Решение задач на многогранники.**

1. Актуализация знаний:
  - фронтальный опрос по теории

- решение задач по готовому чертежу
  - общие указания к решению задач;
  - работа с опорным конспектом
2. Решение задач на применение формул.
  3. Решение стереометрических задач.

**Практическое занятие 75: Аттестация по теме 9.1** (см. письменная проверочная работа)

**Практическое занятие 76: Решение задач на цилиндр.**

1. Цилиндр - как тело вращения.
2. Решение типовых задач.
3. Решение задач на вычисление площади поверхности и объёма цилиндра.

**Практическое занятие 77: Решение задач на конус.**

1. Актуализация опорных знаний .
2. Решение задач по готовым чертежам.

**Практическое занятие 78, 79: Решение задач.**

1. Обобщение знаний студентов о сфере и шаре.
2. Решение задач на сечения шара плоскостью.
3. Решение задач на вычисление площади поверхности и объёма шара.

**Практическое занятие 80: Решение комбинированных задач на тела вращения.**

1. Решение задач.

**Практическое занятие 81: Аттестация по теме 9.2.** (см. письменная проверочная работа)

**Практическое занятие 82: Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний.**

**Решение задач на вычисление вероятности событий.**

1. Перестановки, сочетания и размещения без повторений
2. Правило сложения и правило умножения комбинаций
3. Перестановки, сочетания и размещения с повторениями
4. Задачи на классическое определение вероятности.
5. Примеры решений

**Практическое занятие 83: Контрольная работа № 4** (см. письменная проверочная работа)

## Вид промежуточной аттестации: дифференцированный зачет (1 семестр)

Зачет проводится в виде итогового тестирования, условием допуска к которому является выполнение и всех работ, прохождение всех тестов текущей аттестации, выполнение всех видов самостоятельной работы.

### ТЕСТОВОЕ ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

для студентов I курса

#### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

«2» – решено менее 3 заданий;

«3» – решены 3-4 задания;

«4» – решены 5-6 заданий;

«5» – решены 7 заданий.

#### Ключ к тесту

	1	2	3	4	5	6	7
Вариант 1	Б	Г	Б	Б	Г	Б	В
Вариант 2	А	Б	Б	Б	Г	В	В
Вариант 3	А	Б	Г	В	Б	А	А
Вариант 4	Б	В	А	А	Г	В	Г
Вариант 5	В	А	Б	А	Г	А	В

#### Вариант 1

1. Внести множитель под корень  $4 \cdot x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$ .

А)  $\sqrt[3]{64x^5}$ ;      Б)  $\sqrt[3]{64x^7}$ ;      В)  $\sqrt[3]{16x^6}$ ;      Г)  $\sqrt[3]{64x^2}$ .

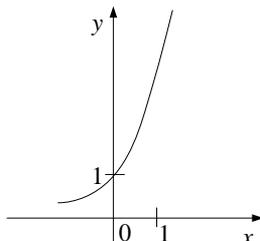
2. Найти корни уравнения  $\log_5(4x-3) = 2$ .

А) -7;      Б)  $\frac{1}{2}$ ;      В) -2;      Г) 7.

3. Сколько корней имеет уравнение  $\sin x = \sin 5$ ?

А) ни одного;      Б) бесчисленное множество;      В) один;      Г) два.

4. График какой функции изображен на рисунке?



А)  $y = \sqrt{x}$ ;      Б)  $y = 3^x$ ;      В)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ;      Г)  $y = \log_3 x$ .

5. Найти значение выражения  $\cos 210^\circ$ .

- А)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      Б)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      В) 1;      Г)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

6. Решить уравнение  $\sqrt{3x^2 + 7x - 4} = -x$ .

- А) -4; 0,5;      Б) -4;      В) 0,5;      Г) нет решения.

7. Упростить выражение  $\frac{\cos x \sin x}{1 - 2 \sin^2 x}$ .

- А)  $\sin 2x$ ;      Б)  $2 \cos 2x$ ;      В)  $\frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x$ ;      Г)  $-\operatorname{ctg} 8x$ .

### Вариант 2

1. Вынесите множитель из-под знака корня  $\sqrt[3]{16c^4 d^5}$ .

- А)  $2cd\sqrt[3]{2cd^2}$ ;      Б)  $2cd^2$ ;      В)  $2cd^2\sqrt[3]{2c}$ ;      Г)  $cd^2\sqrt[3]{16}$ .

2. Решить неравенство  $0,3^{x-2} \geq 0,09$ .

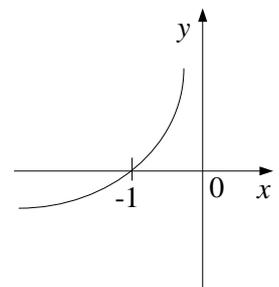
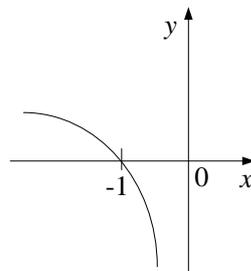
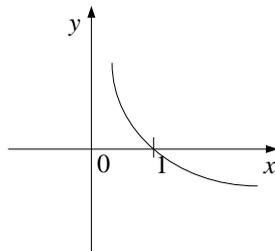
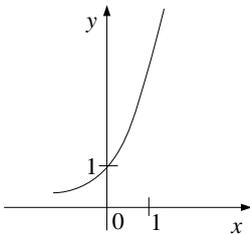
- А)  $(4; +\infty)$ ;      Б)  $(-\infty; 4]$ ;      В)  $[0,3; +\infty)$ ;      Г)  $[4; +\infty)$ .

3. Решить уравнения  $\cos x = 1$ .

- А)  $\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Б)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Г) нет решения.

4. На каком рисунке изображен график функции  $y = \log_{0,5} x$ .

- А)      Б)      В)      Г)



5. Найти значение выражения  $\sin \frac{8\pi}{3}$ .

- А)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      Б)  $\frac{1}{2}$ ;      В) 1;      Г)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

6. Решить уравнение  $\cos 2x - 5 \cos x - 2 = 0$ .

- А)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Б)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Г)  $\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

7. Упростить выражение  $\frac{\sin 3x - \sin x}{2 \cos 2x}$ .

- А)  $-\operatorname{tg} x$ ;      Б)  $\cos 2x$ ;      В)  $\sin x$ ;      Г)  $-\cos 2x$ .

### Вариант 3

1. Укажите неверное равенство.

А)  $\sqrt[3]{0,0008} = 0,2$ ;      Б)  $\sqrt[4]{0,0016} = 0,2$ ;      В)  $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} = 1,5$ ;      Г)  $\sqrt[6]{\frac{64}{729}} = \frac{2}{3}$ .

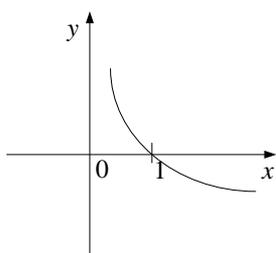
2. Решить уравнение  $3^x = 8$ .

А)  $\frac{3}{8}$ ;      Б)  $\log_3 8$ ;      В)  $\frac{8}{3}$ ;      Г) нет решения.

3. Решить уравнение  $\sin x + \sqrt{3} = 0$ .

А)  $(-1)^k \arcsin \sqrt{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Б)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $\frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ;      Г) нет решения.

4. На рисунке изображен график функции  $y = \log_a x$ . Какое из утверждений правильное?



А)  $a < 0$ ;      Б)  $a = 1$ ;      В)  $0 < a < 1$ ;      Г)  $a > 1$ .

5. Найти значение выражения  $\sin \frac{5\pi}{6}$ .

А)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      Б)  $\frac{1}{2}$ ;      В) 1;      Г)  $-\frac{1}{2}$ .

6. Решить уравнение  $\sqrt{23-x} = x-3$ .

А) 7;      Б) -2; 7;      В) -2;      Г) нет решения.

7. Упростить выражение  $\frac{1 - \cos^2 x}{\sin x \cos x}$ .

А)  $\operatorname{tg} x$ ;      Б)  $\cos 2x$ ;      В)  $\sin x$ ;      Г)  $\cos x$ .

### Вариант 4

1. Вычислить  $\sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt[3]{9} + \sqrt[4]{(-2)^4}$ .

А) -5;      Б) -1;      В) 1;      Г) 5.

2. Решить неравенство  $\log_{0,4}(x-5) < \log_{0,4} 45$ .

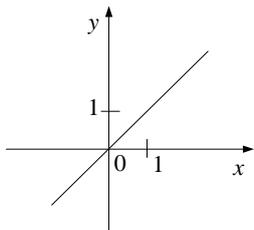
А)  $(0; 50) \cup (50; +\infty)$ ;      Б)  $(5; +\infty)$ ;      В)  $(50; +\infty)$ ;      Г)  $(-\infty; 50)$ .

3. Решить уравнение  $\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$ .

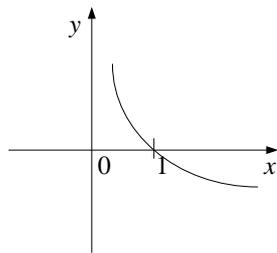
А)  $-\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Б)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $\frac{2\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Г) нет решения.

4. На каком рисунке изображен график функции  $y = 3^{\log_3 x}$ ?

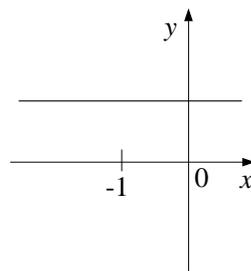
А)



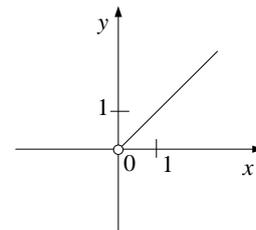
Б)



В)



Г)



5. Найти значение выражения  $\sin \frac{3\pi}{4}$ .

А)  $-\frac{1}{2}$ ;

Б)  $\frac{1}{2}$ ;

В) 1;

Г)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

6. Решить уравнение  $\sqrt{3} \cdot 3^{5x} = \frac{1}{3}$ .

А)  $\frac{1}{3}$ ;

Б)  $-\frac{3}{2}$ ;

В)  $-\frac{3}{10}$ ;

Г) нет решения.

7. Упростить выражение  $\frac{1 - \sin^2 x}{2 \sin x \cos x}$ .

А)  $\operatorname{tg} x$ ;

Б)  $\cos 2x$ ;

В)  $\sin x$ ;

Г)  $\frac{1}{2} \operatorname{ctg} x$ .

### Вариант 5

1. Вычислить  $\sqrt[5]{-32} + \sqrt[6]{(-3)^6}$ .

А) -1;

Б) -5;

В) 1;

Г) 5.

2. Найти корни уравнения  $2^x = \frac{1}{8}$ .

А) -3;

Б) 3;

В) 2;

Г) -2.

3. Решить уравнение  $\cos \frac{x}{2} = 1$ .

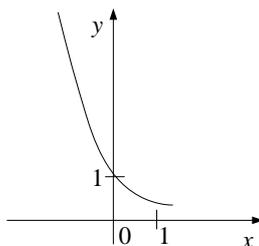
А)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;

Б)  $4\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;

В)  $-4\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;

Г) нет решения.

4. График какой функции изображен на рисунке?



А)  $y = 0,2^x$ ;

Б)  $y = 5^x$ ;

В)  $y = \log_{0,3} x$ ;

Г)  $y = \log_3 x$ .

5. Найти значение выражения  $\cos \frac{5\pi}{3}$ .

A)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      Б)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ;      В) 4;      Г)  $\frac{1}{2}$ .

6. Решить неравенство  $\sqrt{25-x^2} > 4$ .

A)  $(-3; 3)$ ;      Б)  $(-\infty; 3)$ ;      В)  $(-\infty; 4)$ ;      Г)  $(4; +\infty)$ .

7. Упростить выражение  $(1-2y)^2 - (2y-3)(2y+3)$ .

A)  $-4y$ ;      Б)  $2y+3$ ;      В)  $10-4y$ ;      Г) 2.

## Вид промежуточной аттестации: экзамен (2 семестр)

Экзамен проводится в виде итогового тестирования, условием допуска к которому является выполнение и всех работ, прохождение всех тестов текущей аттестации, выполнение всех видов самостоятельной работы.

### ТЕСТОВОЕ ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

для студентов I курса

#### Критерии оценки заданий

Оценка учащимся может быть выставлена:

«2» – решено менее 4 заданий;

«3» – решены 8-4 задания;

«4» – решены 11-9 заданий;

«5» – решены 13-12 заданий.

#### Ключ к тесту

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Вариант 1	В	А	Г	Г	А	Б	А	А	А	Б	А	Б	В
Вариант 2	Б	А	В	В	Г	А	В	В	Б	Б	В	В	А
Вариант 3	Г	А	В	А	А	Г	В	А	В	В	В	Б	Г
Вариант 4	В	В	А	Г	А	Г	В	Б	Б	А	А	А	В
Вариант 5	Г	Г	В	Г	Б	В	А	А	А	Б	В	А	Б

#### Вариант 1

1. Вычислить  $5^{\log_5 10 - 1}$

А) 10;      Б) 9;      В) 2;      Г) 50.

2. Решить неравенство  $0,3^{x-1} \geq 0,09$ .

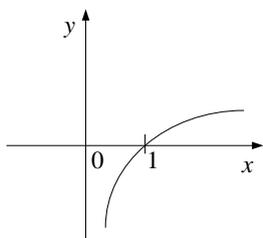
А)  $(-\infty; 3]$ ;      Б)  $[3; +\infty)$ ;      В)  $(-\infty; 3)$ ;      Г)  $[-3; 3)$ .

3. Найти корни уравнения  $6x^2 - 42x = 0$ .

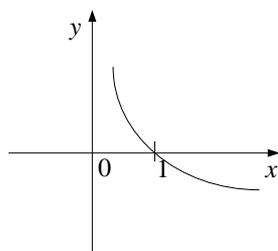
А) 0;      Б) нет корней;      В) -7; 7;      Г) 0; 7.

4. На каком рисунке изображен график функции  $y = \log_{0.3}(-x)$ .

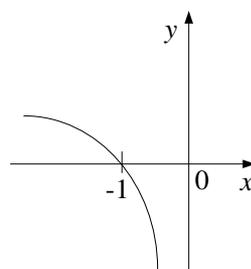
А)



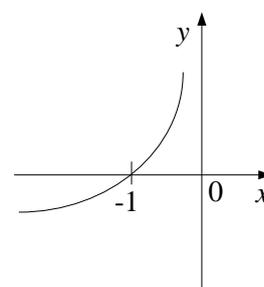
Б)



В)



Г)



5. Найти значение выражения  $\cos 135^\circ$ .

А)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;

Б)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ;

В) 4;

Г)  $\frac{1}{2}$ .

6. Решить уравнение  $\cos^2 2x = 1 + \sin^2 2x$ .

- А)  $\frac{\pi}{10}k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Б)  $\frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $2k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Г)  $45^\circ$ .

7. Упростить выражение  $\frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin 5x + \sin 3x}$ .

- А)  $-\operatorname{tg}x$ ;      Б)  $\operatorname{ctg}4x$ ;      В)  $\operatorname{tg}8x$ ;      Г)  $-\operatorname{ctg}8x$ .

8. Какое утверждение неверное?

- А) Через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна.  
Б) Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.  
В) Через две параллельные прямые проходит плоскость, и притом только одна.  
Г) Через любые две точки проходит плоскость, и притом только одна.

9. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} (4x - 1)$

- А) 3      Б) 4      В) 2      Г) 0

10. Найти  $\vec{a} \cdot \vec{c}$ , если  $\vec{a} (-2; 3; 1)$  и  $\vec{c} (-4; -5; 2)$ .

- А) 5      Б) -5      В) 0      Г) 1

11. Вычислить интеграл  $\int (2 \sin x + 5 \cos x) dx$

- А)  $-2 \cos x + 5 \sin x + C$   
Б)  $5 \sin x + C$   
В)  $-2 \cos x + 5 \sin x$   
Г)  $5 \sin x$

12. Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания призмы к плоскости другого, есть...

- А) медиана  
Б) высота  
В) радиус  
Г) биссектриса

13. В коробке лежит 7 синих, 8 красных и 5 зеленых шаров. Событие А – шар зеленый

- А) 1      Б) 0,5      В) 0,25      Г) 0

### Вариант 2

1. Вычислить  $\log_3 \frac{1}{27}$ .

- А) 3;      Б) -3;      В) 9;      Г)  $\frac{1}{3}$ .

2. Решить неравенство  $2^x > 1$ .

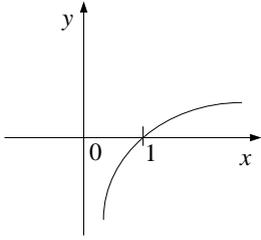
- А)  $(0; +\infty)$ ;      Б)  $(0; 1)$ ;      В)  $[0; 1]$ ;      Г)  $(-\infty; 0)$ .

3. Найти корни уравнения  $9x^2 - 81 = 0$ .

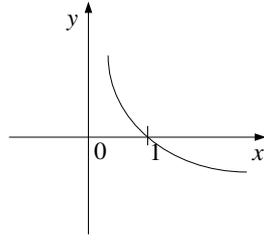
- А) 3;      Б) -3;      В) -3; 3;      Г) -9; 9.

4. На каком рисунке изображен график функции  $y = \log_5(-x)$ .

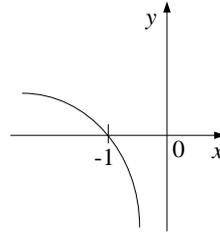
A)



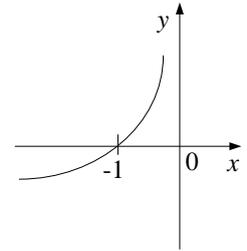
Б)



В)



Г)

5. Найти значение выражения  $\cos 120^\circ$ .

- А)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      Б)  $\frac{1}{2}$ ;      В) 1;      Г)  $-\frac{1}{2}$ .

6. Решить уравнение  $\sin 2x - \sin x = 0$ .

- А)  $\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;    Б)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;    В)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;    Г)  $\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

7. Упростить выражение  $\frac{\sin 5x - \sin 3x}{2 \cos 4x}$ .

- А)  $-\operatorname{tg} x$ ;      Б)  $\operatorname{ctg} 4x$ ;      В)  $\sin x$ ;      Г)  $-\cos x$ .

8. Паралелограмм  $ABCD$  лежит в плоскости  $\alpha$ , если...

- А)  $A \in \alpha, B \in \alpha$   
 Б)  $A \in \alpha, C \in \alpha$   
 В)  $A \in \alpha, B \in \alpha, O \in \alpha, O = AC \cap BD$   
 Г)  $A \in \alpha, D \in \alpha$

9. Вычислить производную функции  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 

- А) 2      Б)  $2x - 2$       В)  $2x$       Г)  $x - 2$

10. Вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол равный  $60^\circ$  и  $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 8$ . Выполнить сложение векторов и найти  $|\vec{a} - \vec{b}|$ 

- А) 10      Б) 7      В)  $\approx 11,4$       Г) 0

11. Найти интеграл  $\int 2^x dx$ 

- А)  $\frac{2^x}{\ln 2}$       Б)  $2^x$       В)  $\frac{2^x}{\ln 2} + C$       Г)  $C$

12. Призма, у которой все три измерения равны, есть...

- А) квадрат  
 Б) треугольник  
 В) куб  
 Г) сфера

13. В коробке лежат 100 электроламп, из них 5 бракованных. Событие  $A$  – на удачу, выбранные 2 электролампы исправны.

- А) 0,902      Б) 1      В) 0,5      Г) 0,3

### Вариант 3

1. Вычислить  $\frac{1}{2} \cdot 2^{\log_2 10}$ .

A) 10;      Б) 20;      В)  $\log_2 10$ ;      Г) 5.

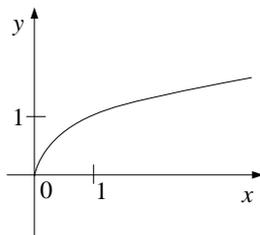
2. Решить неравенство  $5^{3x-4} < 25$ .

A)  $(-\infty; 2)$ ;      Б)  $(2; +\infty)$ ;      В)  $[0; 2]$ ;      Г)  $(-\infty; 0)$ .

3. Сколько корней имеет уравнение  $\cos x = \cos 2$  ?

A) ни одного;      Б) один;      В) бесчисленное множество;      Г) два.

4. График какой функции изображен на рисунке?



A)  $y = \sqrt{x}$ ;      Б)  $y = x^2$ ;      В)  $y = 2x$ ;      Г)  $y = \log_2 x$ .

5. Найти значение выражения  $\cos 150^\circ$ .

A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;      Б)  $\frac{1}{2}$ ;      В) 1;      Г)  $-\sqrt{3}$ .

6. Решить уравнение  $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$ .

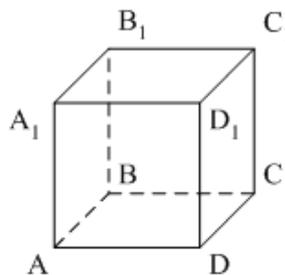
A)  $-\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Б)  $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Г)  $\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

7. Упростить выражение  $3 \cos 2x - \sin^2 x + \cos^2 x$ .

A)  $\sin x$ ;      Б)  $\cos 2x$ ;      В)  $4 \cos 2x$ ;      Г)  $-\cos x$ .

8.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб. Тогда плоскости  $(ABC)$  и  $(DD_1 C_1)$ ...

- A) пересекаются;
- Б) не пересекаются;
- В) совпадают;
- Г) нет правильного ответа



9. Исследовать функцию  $y = 2x^3 - 6x$  на монотонность

- A) функция возрастает на числовых промежутках  $(-\infty; -1)$
- Б) функция убывает на числовом промежутке  $(-1; 1)$
- В) функция возрастает на числовых промежутках  $(-\infty; -1)$  и  $(1; \infty)$ ; функция убывает на числовом промежутке  $(-1; 1)$
- Г) функция возрастает на числовых промежутках  $(\infty; 1)$

10. Вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол равный  $60^\circ$  и  $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 8$ . Выполнить сложение векторов и найти  $|\vec{a} + \vec{b}|$

A) 10      Б) 12      В)  $\approx 11,4$       Г) 0

11. Вычислить определённый интеграл  $\int_0^8 \sqrt[3]{x} dx$

- А) 10      Б) 5      В) 12      Г) 0

12. Все высоты призмы...

- А) не равны  
Б) равны  
В) перпендикулярны  
Г) нет правильного ответа

13. В коробке лежит 10 шаров: 6 белых и 4 черных. Найти вероятность того, что из пяти взятых наугад шаров будет 4 белых.

- А) 1      Б) 0,06      В) 0,5      Г) 0,24

#### Вариант 4

1. Вычислить  $\log_5 \sqrt{10} - \log_5 \sqrt{2}$

- А)  $\frac{1}{2} \cdot \log_5 2$ ;      Б)  $-\frac{1}{2}$ ;      В)  $\frac{1}{2}$ ;      Г)  $1,5 \cdot \log_5 2$ .

2. Решить неравенство  $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq \frac{1}{16}$ .

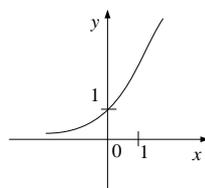
- А)  $[4; 8)$ ;      Б)  $[4; +\infty)$ ;      В)  $(-\infty; 4]$ ;      Г)  $[-\infty; -5)$ .

3. Решить систему  $\begin{cases} 6x - 5y = 1 \\ 3x - 4y = 46 \end{cases}$ .

- А)  $\left(-\frac{226}{9}; -\frac{91}{3}\right)$ ;      Б)  $(9; 3)$ ;      В)  $(1; -7)$ ;      Г)  $\left(\frac{13}{14}; \frac{45}{6}\right)$ .

4. На рисунке изображен график функции  $y = a^x$ .

Какое из следующих утверждений является верным?



- А)  $a > 0$ ;      Б)  $a = 1$ ;      В)  $a < 1$ ;      Г)  $a > 1$ .

5. Найти значение выражения  $\sin 135^\circ$ .

- А)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      Б)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      В) 4;      Г)  $\frac{1}{2}$ .

6. Решить уравнение  $2\cos^2 x - 3\sin x = 3$ .

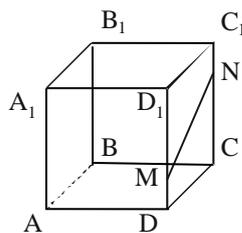
- А)  $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Б)  $-\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;  
Г)  $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, (-1)^{n+1} \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

7. Упростить выражение  $2\sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)$ .

- A)  $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$ ;      Б)  $\sin(\alpha - \beta)$ ;      В)  $\cos(\alpha - \beta)$ ;      Г)  $-\sin(\alpha + \beta)$ .

8. Прямая MN не пересекает плоскость...

- A)  $(ABC)$ ;  
 Б)  $(AA_1B_1)$ ;  
 В)  $(BB_1C_1)$ ;  
 Г)  $(A_1D_1D)$



9. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{4 - x}$$

- A) 1      Б)  $\frac{1}{4}$       В) 4      Г) 0,15

10. Упростить выражение  $2(3\vec{a} - 4\vec{b}) + 3(\vec{b} - 2\vec{a}) + 4\vec{a}$ .

- A)  $4\vec{a} - 5\vec{b}$       Б)  $4\vec{a} + 5\vec{b}$       В)  $4\vec{a}$       Г) 4

11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = x^3$ ,  $x=2$ ,  $x=5$ .

- A)  $152\frac{1}{4}$       Б) 152      В) 150      Г) 50

12. Высота прямой призмы равна ее...

- A) ребру  
 Б) плоскости  
 В) отрезку  
 Г) полуплоскости

13. В лотерее из 50 билетов 8 выигрышных билетов.

Найти вероятность того, что среди первых 5-ти наугад выбранных билетов 2 будут выигрышными.

- A) 0,5      Б) 0,2      В) 0,151      Г) 0,1

### Вариант 5

1. Вычислить  $\lg 4 + 2\lg 5$

- A)  $\lg 4$ ;      Б) 10;      В)  $2\lg 2$ ;      Г) 2.

2. Решить неравенство  $5^{3x-4} < 25$ .

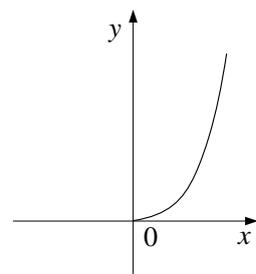
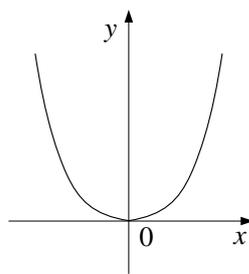
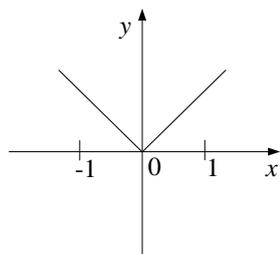
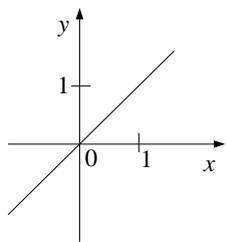
- A)  $[2; 8)$ ;      Б)  $[2; +\infty)$ ;      В)  $(-\infty; 2]$ ;      Г)  $(-\infty; 2)$ .

3. Решить уравнение  $\frac{1-9y}{5} = \frac{19+3y}{8}$ .

- A)  $\frac{103}{87}$ ;      Б) 1;      В) -1;      Г)  $\frac{87}{57}$ .

4. На каком рисунке изображен график функции  $y = (\sqrt{x})^4$ ?

- A)      Б)      В)      Г)



5. Найти значение выражения  $\sin 210^\circ$ .

- А)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      Б)  $-\frac{1}{2}$ ;      В) 1;      Г)  $\frac{1}{2}$ .

6. Решить уравнение  $\cos x = \sin x$ .

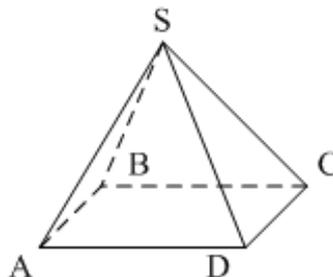
- А)  $\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Б)  $-\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      В)  $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ ;      Г)  $\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

7. Упростить выражение  $\frac{\sin x + \sin 3x}{\cos 3x + \cos x}$ .

- А)  $\operatorname{tg} 2x$ ;      Б)  $\sin x$ ;      В)  $\cos x$ ;      Г)  $-\sin 3x$ .

8.  $SABCD$  – четырёхугольная пирамида. Прямая  $SD$  не пересекает прямую...

- А)  $BC$ ;  
Б)  $AD$ ;  
В)  $CS$ ;  
Г)  $DC$



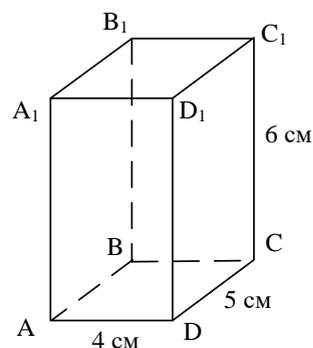
9. Вычислить производные функций

$$y = (\sqrt[3]{x})$$

- А)  $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$       Б)  $3x^2$       В) 3      Г)  $\frac{1}{3\sqrt{x}}$

10. Дан прямоугольный параллелепипед со сторонами 4 см, 5 см, 6 см. Найти расстояние от точки В до середины ребра  $DD_1$ .

- А) 5 см      Б)  $5\sqrt{2}$  см      В) 10 см      Г) 2 см



11. Вычислить  $\int_1^3 \left(\frac{4}{x} - x\right) dx$ .

- А) 4      Б)  $\ln 3$       В)  $4\ln 3 - 4$       Г)  $\ln 3 - 2$

12. Боковые грани призмы являются...

- А) параллелограммами
- Б) прямоугольники
- В) треугольники
- Г) окружности

13. В ящике находится 10 стандартных и 5 нестандартных деталей.

Какова вероятность, что среди наугад взятых 6 деталей будет 4 стандартных и 2 нестандартных?

- А) 0,1
- Б) 0,42
- В) 0,5
- Г) 1