

## **Приложение к рабочей программе дисциплины Математика**

Направление подготовки – 15.03.02 Технологические машины и оборудование  
Направленность (профиль) – Инжиниринг технологических процессов и оборудования  
Учебный план 2021 года разработки.

### **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

#### **1. Назначение фонда оценочных средств (ФОС) по дисциплине**

ФОС по учебной дисциплине – совокупность контрольных материалов, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимся установленных результатов обучения, а также уровня сформированности всех компетенций (или их частей), закрепленных за дисциплиной. ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Задачи ФОС:

- управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формированием компетенций, определенных в ФГОС ВО;
- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины с выделением положительных/отрицательных результатов и планирование предупреждающих/корректирующих мероприятий;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение в образовательный процесс университета инновационных методов обучения;
- самоподготовка и самоконтроль обучающихся в процессе обучения.

#### **2. Структура ФОС и применяемые методы оценки полученных знаний**

##### **2.1 Общие сведения о ФОС**

ФОС позволяет оценить освоение всех указанных в рабочей программе дескрипторов компетенции, установленных ОПОП. В качестве методов оценивания применяются: наблюдение за работой, наблюдение за действиями в смоделированных условиях, применение активных методов обучения, экспресс-тестирование, программированные тесты.

Структурными элементами ФОС по дисциплине являются: ФОС для проведения текущего контроля, состоящие из устных, письменных заданий, тестов, шкалы оценивания (экспресс опрос на лекциях по текущей теме, самостоятельное решение задач и объяснение их решения), ФОС для проведения промежуточной аттестации (экзамен, зачет с оценкой, зачет), состоящий из вопросов, требующих письменного ответа, и других контрольно-измерительных материалов, описывающих показатели, критерии и шкалу оценивания.

### Применяемые методы оценки полученных знаний по темам дисциплины

Темы	Текущая аттестация (количество заданий, работ)		Промежуточная аттестация
	Экспресс-опрос на лекциях по текущей теме	Самостоятельное решение задач и объяснение их решения	
Тема 1. Элементы линейной алгебры	+	+	зачет
Тема 2. Элементы векторной алгебры	+	+	
Тема 3. Аналитическая геометрия	+	+	
Тема 4. Введение в анализ	+	+	
Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	+	+	
Тема 6. Неопределенный интеграл	+	+	экзамен
Тема 7. Определенный интеграл	+	+	
Тема 8. Функции нескольких переменных	+	+	
Тема 9. Дифференциальные уравнения	+	+	
Тема 10. Вероятность случайных событий	+	+	зачет с оценкой
Тема 11. Случайные величины	+	+	
Тема 12. Элементы математической статистики	+	+	

### 2.2 Оценочные материалы для проведения текущего контроля

#### Входной контроль (тестирование)

Входной контроль проводится с целью определения уровня знаний обучающихся, необходимых для успешного освоения материала дисциплины.

Вопрос	Ответ
Упростите выражение: $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1$	<b>А</b> А 0; Б 1; В $\sin 2\alpha$ ; Г $\cos 2\alpha$ .
Решите неравенство: $\frac{x+2}{7-x} \geq 0$	<b>Б</b> А [-2; 7]; Б [-2; 7); В (-2; 7); Г (-2; 7];
Найдите производную функции $y = \sin x + 2x^6$	<b>В</b> А $y' = -\cos x + 2x^5$ ; Б $y' = \cos x + 12x^5$ ; В $y' = -\cos x + 12x^5$ ; Г $y' = \cos x + x^5$ .
Найдите диагональ параллелепипеда, если: измерения прямоугольного параллелепипеда равны 12, 9 и 8 м.	<b>Б</b> А 13; Б 17 В 19 Г 14
Вычислить:	

Вопрос	Ответ
$\sqrt[8]{16^7 \cdot \sqrt[4]{4}}$	А4; Б 16; В 8; Г 32
Решить уравнение :	
$\left(\frac{3}{7}\right)^{3x+1} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5x-3}$	А4; Б0,4; В 0,5; Г 0,25
Решить неравенство:	
$0,3^{7+4x} > 0,027.$	А $(-\infty; -1)$ ; Б $(-1; \infty)$ ; В $(-1; 1)$ ; Г $(1; \infty)$ ;

#### Критерии оценивания входного контроля

Оценивание входного тестирования осуществляется по номинальной шкале – за правильный ответ к каждому заданию выставляется один балл, за не правильный – ноль. Общая оценка каждого теста осуществляется в отношении количества правильных ответов к общему числу вопросов в тесте (выражается в процентах).

Уровень знаний обучающихся, необходимых для успешного освоения материала дисциплины, определяется по набранным баллам. При оценке 75 % и более правильных ответов уровень знаний обучающихся считается *достаточным* (оценка – *зачтено*). При оценке, меньшей 75 % правильных ответов уровень знаний обучающихся считается *недостаточным* (оценка – *не зачтено*).

Время прохождения теста – 25 минут.

#### Экспресс опрос на лекциях по текущей теме

#### Тема 1. Элементы линейной алгебры

#### Лекция 1. Матрицы. Действия с матрицами. Определители, методы их вычисления.

1. Формула вычисления определителя третьего порядка $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$ содержит произведения	1) $cdk$ ; 2) $bfk$ ; 3) $adf$ ; 4) $cfh$ .
2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ . Элемент 1-й строки и 2-ого столбца суммы $A + 2B$ равен ...	1) 10; 2) 12; 3) -1; 4) -11.
3. Если существует матрица $A^T + 3A$ , то матрица $A$ ...	1) может быть произвольной; 2) может быть матрицей-строкой; 3) является квадратной; 4) является нулевой матрицей размерности $m \times n$ , где $m \neq n$ .

<p>4. Дана матрица <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицу <math>2 \cdot A</math>.</p>	<p>1) <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 0 \\ 2 &amp; 6 \end{pmatrix}</math>;  2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 4 &amp; 6 \end{pmatrix}</math>;  3) <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 0 \\ 4 &amp; 6 \end{pmatrix}</math>;  4) <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 0 \\ 2 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>.</p>
---	---

### Лекция 2. Обратная матрица. Ранг матрицы. СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли.

<p>1. Квадратная матрица называется вырожденной, если её определитель равен ...</p>	<p>1) -1;  2) 0;  3) 1;  4) 1000.</p>
<p>2. Пусть задана квадратная матрица <math>A</math> размерности <math>n \times n</math>. Произведение <math>(-1)^{4+1}M_{41}</math> называется</p>	<p>1) минором элемента <math>a_{41}</math>;  2) алгебраическим дополнением данной матрицы;  3) алгебраическим дополнением элемента <math>a_{41}</math>;  4) минором данной матрицы.</p>
<p>3. Минор <math>M_{32}</math> элемента <math>a_{32}</math> заданной квадратной матрицы <math>A</math> образован из элементов, оставшихся после вычёркивания ...</p>	<p>1) двух строк и трёх столбцов;  2) 3-го столбца и 2-й строки;  3) любых трёх строк и двух столбцов;  4) 3-й строки и 2-го столбца.</p>
<p>4. Установление соответствия между типом системы <math>m</math> линейных уравнений <math>sp</math> переменными и количеством её решений:  1. несовместная система  2. совместная определённая система  3. совместная неопределённая система</p>	<p>1) единственное решение;  2) два решения;  3) нет решений;  4) бесконечное множество решений;  5) <math>n</math> решений.</p>

### Лекция 3. Решение СЛАУ методом Крамера и матричным методом.

<p>1. При решении системы <math>n</math> линейных уравнений с <math>n</math> переменными можно воспользоваться формулами Крамера, если ...</p>	<p>1) один из столбцов матрицы коэффициентов является линейной комбинацией остальных;  2) столбцы матрицы коэффициентов линейно независимы;  3) определитель матрицы коэффициентов не равен нулю;  4) строки матрицы коэффициентов линейно зависимы.</p>
<p>2. Квадратная матрица называется вырожденной, если её определитель равен ...</p>	<p>1) -1;  2) 0;  3) 1;  4) 1000.</p>
<p>3. При решении системы <math>n</math> линейных уравнений с <math>n</math> переменными можно воспользоваться формулами Крамера, если ...</p>	<p>1) один из столбцов матрицы коэффициентов является линейной комбинацией остальных;  2) столбцы матрицы коэффициентов линейно независимы;</p>

	3) определитель матрицы коэффициентов не равен нулю; 4) строки матрицы коэффициентов линейно зависимы.
4. При решении системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2, \\ x_1 - 4x_2 = 9 \end{cases}$ по правилу Крамера определитель $\Delta_1$ имеет вид:	1) $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 9 \end{vmatrix}$ ; 2) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 9 & -4 \end{vmatrix}$ ; 3) $\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ ; 4) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}$ .

## Тема 2. Элементы векторной алгебры.

### Лекция 4. Векторы. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по осям координатных осей. Действия над векторами, заданными координатами.

1. Найти координаты вектора $\overline{AB}$ , если $A(3; 4), B(5; 7)$ :	1) (2; 4); 2) (2; 7); 3) (2; 3); 4) (3; 3).
2. Определить координаты вектора $a + b$ , если $a = (-3; 4), b = (5; -2)$ :	1) (-2; 2); 2) (-3; 5); 3) (4; -2); 4) (2; -2).
3. Определить координаты вектора $a - b$ , если $a = (2; -1), b = (3; -4)$ :	1) (-1; 3); 2) (2; 3); 3) (4; -2); 4) (-4; 2).
4. Найти координаты вектора $3a$ , если $a = (2; -1)$ :	1) (4; -3); 2) (5; -1); 3) (2; 2); 4) (6; -3).
5. Найти длину вектора $a = (-12; 5)$ :	1) 12; 2) 13; 3) $\sqrt{7}$ ; 4) 60.

### Лекция 5. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.

1. Найти скалярное произведение $\vec{a}\vec{b}$ векторов $\vec{a} = (1; -4), \vec{b} = (-2; 3)$ :	1) -14; 2) 10; 3) -10; 4) -2; 5) 2.
2. Направляющие косинусы вектора $\vec{a}$ , заданного в пространстве находятся по формулам:	1) $\cos \alpha = \frac{a_x}{ \vec{a} }, \cos \beta = \frac{a_y}{ \vec{a} }, \cos \gamma = \frac{a_z}{ \vec{a} }$ ; 2) $\cos \alpha = \frac{ \vec{a} }{a_x}, \cos \beta = \frac{ \vec{a} }{a_y}, \cos \gamma = \frac{ \vec{a} }{a_z}$ ; 3) $\cos \alpha = a_x, \cos \beta = a_y, \cos \gamma = a_z$ ;

	4) $\cos \alpha = \frac{ax}{ a }, \cos \beta = -\frac{ay}{ a }, \cos \gamma = \frac{az}{ a }$ .
3. Найдите векторное произведение векторов $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ , $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ :	1) $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ ; 2) $2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ ; 3) $\frac{9}{\sqrt{3}\sqrt{29}}$ ; 4) $\frac{9}{\sqrt{29}}$ .
4. Смешанное произведение векторов $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ ; $\vec{b} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ ; $\vec{c} = \vec{i} - 5\vec{k}$ :	1) $-60$ ; 2) $-54$ ; 3) $60$ ; 4) $38$ ; 5) $54$ .

### Тема 3. Аналитическая геометрия.

#### Лекция 6. Уравнение прямой на плоскости.

1. Прямой $y = -2x + 1$ принадлежит точка:	1) (0; 3); 2) (-1; 3); 3) (2; 3); 4) (-2; 1).
2. Прямая $y = -2x + 5$ образует с положительным направлением оси $OX$ угол $\alpha$ , равный:	1) $-2$ ; 2) $\text{tg}(-2)$ ; 3) $\text{arctg}(-2)$ ; 4) $\text{arctg} 5$ .
3. Угловой коэффициент и отрезок, отсекаемый на оси ординат прямой $2x - y + 3 = 0$ , равны:	1) $k = -1; b = 2$ ; 2) $k = 3; b = 2$ ; 3) $k = 2; b = 3$ ; 4) $k = 2; b = -1$ .
4. Угол между прямыми $y = 2x + 1, y = -5x + 3$ определяется по формуле:	1) $\text{tg } \varphi = \left  \frac{1-5}{1+1 \cdot 5} \right $ ; 2) $\text{tg } \varphi = \left  \frac{3-1}{1+2 \cdot 5} \right $ ; 3) $\text{tg } \varphi = \left  \frac{2-(-5)}{1+2 \cdot (-5)} \right $ .
5. Прямая $x - 2y + 5 = 0$ параллельна прямой:	1) $2x + y + 5 = 0$ ; 2) $x + 2y + 4 = 0$ ; 3) $3x - 6y + 1 = 0$ ; 4) $5x - 10y + 5 = 0$ .
6. Прямая $x - 2y + 5 = 0$ перпендикулярна прямой:	1) $x - 2y + 1 = 0$ ; 2) $2x + y + 7 = 0$ ; 3) $x + 2y + 3 = 0$ ; 4) $x - 2y + 6 = 0$ .
7. Расстояние от точки (4; -3) до прямой $-x + 5y + 2 = 0$ находится по формуле:	1) $d = \frac{ -1 \cdot 4 + 5 \cdot (-3) + 2 }{\sqrt{(-1)^2 + 5^2}}$ ; 2) $d = \frac{ -1 \cdot 4 + 5 \cdot (-3) + 2 }{\sqrt{(-1)^2 + 5^2}}$ ;

	3) $d =  -1 \cdot 4 + 5 \cdot (-3) + 2 $ ; 4) $d = \frac{ -1 \cdot 4 + 5 \cdot (-3) + 2 }{\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$ .
--	--

### Лекция 7. Кривые второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола.

1. Уравнение эллипса, полуоси которого равны $a = 3$ , $b = 2$ , имеет вид:	1) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ; 2) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ ; 3) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ .
2. Центр эллипса $\frac{(x-3)^2}{10} + \frac{(y+1)^2}{5} = 1$ находится в точке:	1) (3; 1); 2) (3; -1); 3) (10; 5); 4) (5; 10).
3. Уравнение гиперболы, действительная ось которой равна 10 и лежит на оси $OX$ , а мнимая ось равна 16 и лежит на оси $OY$ , имеет вид:	1) $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{16} = 1$ ; 2) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{64} = 1$ ; 3) $-\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{64} = 1$ .
4. Среди уравнений второго порядка указать уравнение гиперболы:	1) $y^2 = -3x$ ; 2) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ; 3) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

### Лекция 8. Плоскость и прямая в пространстве. Поверхности второго порядка.

1. Плоскость $4x - y + 3z + 1 = 0$ проходит через точку:	1) $A(-1; 6; 3)$ ; 2) $B(3; -2; -5)$ ; 3) $C(0; 4; -1)$ ; 4) $D(2; 0; 5)$ .
2. Уравнение плоскости $OXY$ следующее:	1) $z = 0$ ; 2) $x = 0$ ; 3) $y = 0$ .
3. Направляющий вектор прямой $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{0}$ равен:	1) $a = (0; -2; 3)$ ; 2) $a = (2; 4; 0)$ ; 3) $a = (2; 4)$ ; 4) $a = (2; 4; 3)$ .
4. Уравнение плоскости, проходящей через начало координат и перпендикулярной вектору $(3; -1; -4)$ , имеет вид:	1) $3x - y - 4z = 0$ ; 2) $3x + y + 4z - 2 = 0$ ; 3) $3x - y - 4z - 5 = 0$ ; 4) $-3x - y - 4 = 0$ .

### Тема 4. Введение в анализ.

Лекция 9. Предел функции. Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Методы раскрытия неопределенностей. Первый и второй замечательные пределы.

1. Указать первый замечательный предел	1) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x} = 0$ ; 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg} 2x} = 1$ ; 3) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x} = 1$ ; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .
2. Указать второй замечательный предел	1) $\lim_{x \rightarrow 2} (x+1)^2 = 9$ ; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} (2+x)^x = 3$ ; 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ ; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} (x+2)^x = 1$ .
3. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{6x+7}$ равен:	1) 3; 2) 2; 3) 0; 4) $\infty$ .
4. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$ равен:	1) 3; 2) $\infty$ ; 3) 2; 4) 0.

### Лекция 10. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.

1. Функции $f(x)$ в точке $a$ непрерывна, если:	1) существует предел справа $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = b$ ; 2) существует предел слева $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = b$ ; 3) существуют левосторонний и правосторонний пределы 4) существуют односторонние пределы, равные между собой и равные значению функции в этой точке $f(a) = b$ , т.е. $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = b$ .
2. Точкой разрыва функции $y = \frac{x-5}{x+3}$ является точка:	1) $x = 3$ ; 2) $x = 2$ ; 3) $x = -2$ ; 4) $x = -3$ .
3. Функция $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$ ::	1) имеет одну точку разрыва; 2) имеет две точки разрыва; 3) является непрерывной.
4. Функция $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{при } x \leq 3, \\ \frac{1}{2x} & \text{при } x > 3: \end{cases}$	1) имеет разрыв первого рода; 2) имеет разрыв второго рода; 3) является непрерывной.

### Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

#### Лекция 11. Производная сложной, неявных и параметрически заданных функций.

1. Предел отношения (если он существует) приращения	1) непрерывностью $y = f(x)$ в точке $x$ ;
---	--



$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ функции $y = f(x)$ в точке $x$ к приращению $\Delta x$ аргумента, при условии, что приращение аргумента $\Delta x$ стремится к нулю, т.е. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ , называется:	2) приращением функции $y = f(x)$ в точке $x$ ; 3) производной функции $y = f(x)$ в точке $x$ ; 4) пределом функции $y = f(x)$ в точке $x$
2. Если в некоторой точке $x$ функции $y = f(x)$ и $y = \varphi(x)$ имеют производные, то производная от суммы этих функций $(f(x) + \varphi(x))'$ равна	1) $f(x) - \varphi'(x)$ ; 2) $f'(x) \cdot \varphi'(x)$ ; 3) $f(x) + \varphi'(x)$ ; 4) $f'(x) + \varphi'(x)$ .
3. Если в точке $x$ функции $u = f(x)$ и $v = \varphi(x)$ имеют производные, то в точке $x$ произведение этих функций имеет производную, которая равна:	1) $(uv)' = u'v'$ ; 2) $(uv)' = uv'$ ; 3) $(uv)' = u'v + uv'$ ; 4) $(uv)' = u'v - uv'$ .
4. Производная функции $y = e^{4x-5}$ равна:	1) $y' = 4e^{4x-5}$ ; 2) $y' = 5e^{4x-5}$ ; 3) $y' = (7x-5) \cdot e^{4x-6}$ ; 4) $y' = (7x-5) \cdot e^{4x-5}$ .
5. Функция $y = f(x)$ задана в параметрической форме $x = \varphi(t)$ , $y = \psi(t)$ , где $t_0 \leq t \leq T$ , найти производную $y'_x$ :	1) $y'_x = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}$ 2) $y'_x = \frac{\psi(t)}{\varphi(t)}$ 3) $y'_x = \frac{\varphi'(t)}{\psi'(t)}$ 4) $y'_x = \varphi'(t)\psi'(t)$ .

**Лекция 12. Производные высших порядков. Дифференциал функции и его свойства, приближенные вычисления.**

1. Укажите формулу дифференциала функции $y = f(x)$ :	1) $dy = f'(x)dx$ ; 2) $dy = f'(x)$ ; 3) $dy = f(x)dx$ ; 4) $dy = \frac{1}{f'(x)}dx$ .
2. Найти дифференциал $dy$ функции $y = \sin 2x$ :	1) $dy = 2\cos 2x dx$ 2) $dy = 2\cos 2x$ 3) $dy = \sin 2x dx$ 4) $dy = 2\sin 2x dx$ .
3. Найти производную второго порядка функции $y = x^3 - 3x^2 + 6$ :	1) $3x^2 - 6x$ 2) $3x + 2$ 3) $6x - 3$ 4) $6x - 6$ .

4. Найти производную $n$ -го порядка функции $y = e^{mx}$ :	1) $y^{(n)} = m^n e^{mx}$ ; 2) $y^{(n)} = m^{-n} e^{mx}$ ; 3) $y^{(n)} = m^{-n} e^{-mx}$ ; 4) $y^{(n)} = e^n m^{mx}$ .
---	---

**Лекция 13. Исследование функций с помощью производной, построение графиков функций. Задачи оптимизации.**

1. Если в некотором промежутке производная данной функции $y = f(x)$ положительна, т. е. $f'(x) > 0$ , то функция в этом промежутке:	1) постоянна; 2) имеет минимум; 3) возрастает; 4) убывает; 5) имеет максимум.
2. Точкой экстремума функции $y = 4x^2 + 5$ является точка:	1) 5; 2) 0; 3) -4; 4) 8.
3. Кривая $y = f(x)$ выпукла вниз на интервале $(a; b)$ , если во всех точках этого интервала выполняется соотношение:	1) $f''(x) < 0$ ; 2) $f''(x) = 0$ ; 3) $f''(x) > 0$ ; 4) $f'(x) > 0$ .
4. Как определяется $k$ в наклонной асимптоте $y = kx + b$ функции $y = f(x)$ :	1) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ ; 2) $k = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x}$ ; 3) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f(x)}$ ; 4) $k = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x}{f(x)}$ .

**Лекция 14. Формула Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций по формулам Тейлора и Маклорена.**

1. Какое выражение является формулой Тейлора для многочлена степени $n$	1) $P(a) + P'(a)(x-a)^2 + \dots + P^{(n)}(a)(x-a)^n$ 2) $P(a) + \frac{P'(a)}{1!}(x+a) + \frac{P''(a)}{2!}(x+a)^2 + \dots + \frac{P^{(n)}(a)}{n!}(x+a)^n$ 3) $P(a) + \frac{P'(a)}{1!}(x-a) + \frac{P''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{P^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$ 4) $P(a) + \frac{P'(a)}{1}(x-a) + \frac{P''(a)}{2}(x-a)^2 + \dots + \frac{P^{(n)}(a)}{n}(x-a)^n$
2. Какое выражение является формулой Маклорена для многочлена степени $n$	1) $P(0) + P'(0)x + P''(0)x^2 + \dots + P^{(n)}(0)x^n$ ; 2) $P(0) + \frac{P'(0)}{1!}x + \frac{P''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{P^{(n)}(0)}{n!}x^n$ ; 

	3) $P(0) + \frac{P'(0)}{1}x + \frac{P''(0)}{2}x^2 + \dots + \frac{P^{(n)}(0)}{n}x^n$ .
3. Какие условия для функции $y = f(x)$ должны выполняться, чтобы её можно было разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0$ :	1) раз дифференцируема в окрестности точки $x_0$ ; 2) бесконечно дифференцируема в окрестности точки $x_0$ ; 3) дифференцируема в окрестности точки $x_0$ .
4. Верно ли, что функция $y = \cos x$ раскладывается в ряд Маклорена в любой окрестности точки $x=0$	1) да; 2) нет.

### Тема 6. Неопределенный интеграл.

#### Лекция 15. Первообразная функции. Понятие и свойства неопределенного интеграла. Методы непосредственного интегрирования и замены переменной.

1. Совокупность всех первообразных функции $f(x)$ называется:	1) Неопределенным интегралом от функции $f(x)$ ; 2) Определенным интегралом от функции $f(x)$ ; 3) Несобственным интегралом от функции $f(x)$ ; 4) Криволинейным интегралом от функции $f(x)$ .
2. Укажите свойство неопределенного интеграла:	1) $\int df(x) = f(x) + C$ ; 2) $\int df(x) = f(x)$ ; 3) $\int df(x) = F(x) + C$ ; 4) $\int df(x) = F(x)$ .
3. Укажите свойство неопределенного интеграла:	1) $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$ ; 2) $\left(\int f(x)dx\right)' = F(x)$ ; 3) $\left(\int f(x)dx\right)' = C$ ; 4) $\left(\int f(x)dx\right)' = F(x) + C$ .
4. Укажите формулу интегрирования заменой переменной в неопределенном интеграле:	1) $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$ ; 2) $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))tdt$ ; 3) $\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))dt(\varphi(t))$ ; 4) $\int f(x)dx = \int f(t)d\varphi(t)$ .

#### Лекция 16-17. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

1. Укажите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле:	1) $\int u dv = uv - \int v du$ 2) $\int u dv = uv + \int v du$ 3) $\int u dv = uv + \int v dv$ 4) $\int u dv = \int v du$ .
2. Найти неопределенный интеграл $\int xe^x dx$ :	1) $xe^x - e^x + C$ ; 2) $xe^x + e^x + C$ ;

	3) $x^2 e^x - e^x + C$ ; 4) $x e^x - e^{2x} + C$ .
3. Подынтегральная функция $\int \frac{2x-1}{(x-3)(x-4)} dx$ является...:	1) Рациональной функцией 2) Иррациональной функцией 3) Тригонометрической функцией 4) Линейной функцией.
4. Определить число $k$ в интеграле $\int \frac{7 \cdot dx}{(x-3)^4} = k \cdot \frac{1}{(x-3)^3} + c$ .	1) $\frac{7}{3}$ ; 2) $-\frac{3}{7}$ ; 3) 3; 4) $-\frac{7}{3}$ .

**Лекция 18. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций.**

1. Укажите формулу тригонометрии, которая используется при интегрировании произведений синусов и косинусов:	1) $\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$ 2) $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$ 3) $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$ 4) $\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$ .
2. Укажите формулу тригонометрии, которая используется при вычислении интеграла $\int \sin^m x \cos^n x dx$ , где $m$ и $n$ -четные неотрицательные числа:	1) $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ ; $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ ; 2) $\sin^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ ; $\cos^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ ; 3) $\sin x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ ; $\cos x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ ; 4) $\sin^2 x = \frac{1 - \cos x}{2}$ ; $\cos^2 x = \frac{1 + \cos x}{2}$ .
3. Найдите интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+9}}$ :	1) $\ln x + \sqrt{x^2+9}  + C$ ; 2) $\frac{1}{3} \ln x + \sqrt{x^2+9}  + C$ ; 3) $\ln x - \sqrt{x^2+9}  + C$ ; 4) $\ln x + x^2 + 9  + C$ .
4. Найдите интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}}$ :	1) $\arcsin \frac{x}{\sqrt{3}} + C$ ; 2) $\ln x + \sqrt{3-x^2}  + C$ ; 3) $\frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin x + C$ ; 4) $\ln x - \sqrt{3-x^2}  + C$ .

## Тема 7. Определенный интеграл.

### Лекция 19. Понятие определенного интеграла и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница и замена переменной в определенном интеграле.

<p>1. Какой из интегралов представляет определенный интеграл</p> $\int x \sin x dx; \int_0^{\infty} e^x dx; \int_1^2 x^2 dx; \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x^2}$	<p>1) <math>\int_1^2 x^2 dx</math></p> <p>2) <math>\int_0^{\infty} e^x dx; \int_1^2 x^2 dx; \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x^2}</math></p> <p>3) <math>\int x \sin x dx; \int_1^2 x^2 dx</math></p> <p>4) <math>\int_0^{\infty} e^x dx; \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x^2}</math></p>
<p>2. Укажите формулу Ньютона-Лейбница, если <math>F(x)</math> первообразная функции <math>f(x)</math>:</p>	<p>1) <math>\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big _a^b = F(b) - F(a)</math>;</p> <p>2) <math>\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big _a^b = f(b) - f(a)</math>;</p> <p>3) <math>\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big _a^b = F(a) - F(b)</math>;</p> <p>4) <math>\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big _a^b = F(a) + F(b)</math>.</p>
<p>3. Вычислить определенный интеграл <math>\int_1^4 x^2 dx</math></p>	<p>1) 20;</p> <p>2) 21;</p> <p>3) 4;</p> <p>4) 8.</p>
<p>4. Укажите формулу интегрирования по частям в определенном интеграле:</p>	<p>1) <math>\int_a^b u dv = uv \Big _a^b - \int_a^b v du</math>;</p> <p>2) <math>\int_a^b u dv = uv \Big _a^b</math>;</p> <p>3) <math>\int_a^b u dv = uv + \int_a^b v du</math>;</p> <p>4) <math>\int_a^b u dv = uv - \int_a^b v du</math>.</p>

### Лекция 20. Несобственные интегралы 1-го рода и 2-го рода. Приложения определенного интеграла.

<p>1. Вычислить несобственный интеграл <math>\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}</math> или установить его расхожимость.</p>	<p>1) расходится;</p> <p>2) <math>\frac{1}{2}</math>;</p> <p>3) 2;</p> <p>4) 3.</p>
<p>2. Вычислить несобственный интеграл <math>\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}</math> или установить его расхожимость.</p>	<p>1) 1;</p> <p>2) 3;</p> <p>3) расходится;</p> <p>4) 0,5.</p>

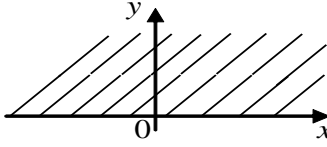
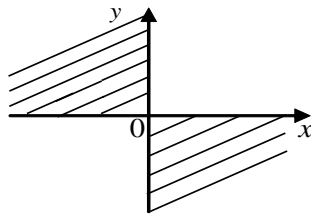
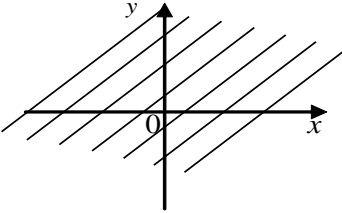
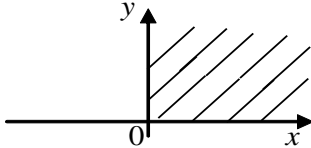
<p>3. Вычислить несобственный интеграл <math>\int_0^1 \frac{dx}{x^3}</math> или установить его расходимость.</p>	<p>1) <math>\frac{1}{3}</math>;  2) 1;  3) 2;  4) расходится.</p>
<p>4. Укажите формулу нахождения площади плоской фигуры:</p>	<p>1) <math>S = \int_a^b f(x)dx</math>;  2) <math>S = \int_a^b f^2(x)dx</math>;  3) <math>S = \int_a^b f'(x)dx</math>;  4) <math>S = \int_a^b \sqrt{f(x)}dx</math>.</p>
<p>5. Площадь фигуры, ограниченной линиями <math>y=0, x=2, y=x^2</math> равна:</p>	<p>1) <math>S = \frac{8}{3}</math>;  2) <math>S = \frac{2}{3}</math>;  3) <math>S = 4</math>;  4) <math>S = 8</math>.</p>
<p>6. Объем тела, образованного вращением вокруг оси <math>Ox</math> фигуры, ограниченной кривой <math>y = f(x)</math>, осью <math>Ox</math> и прямыми <math>x = a, x = b</math> вычисляется по формуле:</p>	<p>1) <math>V_x = \pi \int_a^b f^2(x)dx</math>;  2) <math>V_x = \pi \int_b^a f(x)dx</math>;  3) <math>V_x = \pi \int_a^b f(x)dx</math>;  4) <math>V_x = \pi \int_b^a f^2(x)dx</math>.</p>
<p>7. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси <math>Oy</math> фигуры, ограниченной параболой <math>y = x^2</math>, осью <math>Oy</math> и прямыми <math>y = 0, y = 1</math>.</p>	<p>1) <math>V_y = \frac{\pi}{2}</math>;  2) <math>V_y = \frac{1}{2}</math>;  3) <math>V_y = \pi</math>;  4) <math>V_y = \frac{\pi}{5}</math>.</p>

### Тема 8. Функции нескольких переменных.

#### Лекция 21. Функции нескольких переменных. Частные производные.

#### Производные и дифференциалы функции двух переменных.

<p>1. Указать функцию двух переменных:</p>	<p>1) <math>y = \frac{\sqrt{x_1 - x_2 + x_4}}{x_3}</math>;  2) <math>y = \ln x</math>;  3) <math>t = xy - 3z</math>;  4) <math>z = \sqrt{x + y^2}</math>;</p>
--	---

<p>2. Значение функции <math>f(x) = 2x - 3xy^2</math> в точке (2; 1) равно:</p>	<p>1) 7; 2) -5; 3) -1; 4) -2.</p>
<p>3. Область определения функции <math>z = \sqrt{x^2 + y^2}</math> является:</p>	<p>1) </p> <p>2) </p> <p>3) </p> <p>4) </p>
<p>4. Частная производная <math>\frac{\partial z}{\partial x}</math> функции <math>z = 2^x + 3y</math> равна:</p>	<p>1) <math>2^x \cdot \ln 2</math>; 2) <math>2^x + 3</math>; 3) <math>x \cdot 2^{x-1} + 3</math>; 4) <math>2^x + 3y</math>.</p>
<p>5. Полный дифференциал функции <math>dz = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot dy</math> функции <math>z = x^2 - 4y</math> равен:</p>	<p>1) <math>x \cdot dx + y \cdot dy</math>; 2) <math>2 \cdot dx + 4 \cdot dy</math>; 3) <math>2x \cdot dx - 4 \cdot dy</math>; 4) <math>-4 \cdot dy</math>.</p>

**Лекция 22. Производная в данном направлении. Градиент. Экстремум функции двух переменных.**

<p>1. _____ функции в точке показывает направление наибольшего роста функции</p>	<p>1) градиент; 2) производная по направлению; 3) дивергенция.</p>
<p>2. Градиент – это</p>	<p>1) один из направляющих векторов касательной плоскости к графику функции, 2) частная производная функции, 3) производная функции по заданному направлению,</p>

	4) вектор, координатами которого являются частные производные функции по разным аргументам.
3. Производная функции $z = f(M)$ в точке $M(x,y)$ по направлению вектора $\vec{l}$ равна	$1) \frac{\partial z}{\partial l} = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta l}$ $2) \frac{\partial z}{\partial l} = \frac{\Delta z}{\Delta l}$ $3) \frac{\partial z}{\partial l} = \Delta z$ $4) \frac{\partial z}{\partial l} = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \Delta z$
3. Метод наименьших квадратов позволяет находить:	1) вид функции двух переменных; 2) экстремум функции; 3) параметры эмпирических формул; 4) частные производные функции нескольких переменных.
4. Функция двух переменных $z=2x^2 + 2y^2$ в точке $(0,0)$ имеет	1) экстремум; 2) максимум; 3) минимум; 4) разрыв второго рода.

### Тема 9. Дифференциальные уравнения.

#### Лекция 23. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Уравнения с разделяющимися переменными.

1. Какое из уравнений является обыкновенным дифференциальным уравнением?	1) $x^2 + 2y = 3$ ; 2) $2xy - \ln x = 0$ ; 3) $x^2 + 2x + 5 = 0$ ; 4) $5x - y' = 0$ .
2. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является уравнение вида:	1) $y' = f(x)g(y)$ ; 2) $y' = f(x) + g(y)$ ; 3) $y' = f(x; y)$ , где функция $f(x; y)$ – однородная степени ноль; 4) $y' + p(x)y = g(x)$ ; 5) $y' + p(x)y = q(x)y^n$ .
3. Какое из уравнений является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными?	1) $y'' - 3y' + 2y = 0$ ; 2) $y'' + 3y = e^{2x}$ ; 3) $y'' - 4y = 0$ ; 4) $y' = \sin x$
4. Решением дифференциального уравнения $y' = 3x^2$ является:	1) $y = 4x$ ; 2) $y = x^3$ ; 3) $y = x^2$ ; 4) $y = 3x^3$ .

#### Лекция 24. Однородные, линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.

1. Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является:	1) $y \cdot \cos x = 0$ ; 2) $y' = x^2 y$ ; 
---	--



	<p>3) <math>y' = \frac{xy}{x^2 + y^2}</math>;</p> <p>4) <math>y' + \frac{2y}{x} = x</math>.</p>
2. Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение вида:	<p>1) <math>y' = f(x)g(y)</math>;</p> <p>2) <math>y' = f(x; y)</math>, где функция <math>f(x; y)</math> – однородная степени ноль;</p> <p>3) <math>y' + p(x)y = g(x)</math>;</p> <p>4) <math>y = f(x; y)</math>, где функция <math>f(x; y)</math> – однородная.</p>
3. Решение однородного дифференциального уравнения первого порядка может быть найдено в виде:	<p>1) <math>y = u \cdot v</math>, где <math>u = u(x)</math> и <math>v = v(x)</math> – некоторые неизвестные функции;</p> <p>2) <math>y = u \cdot x</math>, где <math>u = u(x)</math> – некоторая неизвестная функция;</p> <p>3) <math>y = u + v</math>, где <math>u = u(x)</math> и <math>v = v(x)</math> – некоторые неизвестные функции;</p> <p>4) <math>y = u + x</math>, где <math>u = u(x)</math> – некоторая неизвестная функция.</p>
4. Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение вида:	<p>1) <math>y' = f(x)g(y)</math>;</p> <p>2) <math>y' + p(x)y = q(x)y^n</math>;</p> <p>3) <math>y' + p(x)y = g(x)</math>;</p> <p>4) <math>y'' + py' + qy = 0</math>.</p>
5. Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение вида:	<p>1) <math>y \cdot \cos x = 0</math>;</p> <p>2) <math>y' = x^2 y</math>;</p> <p>3) <math>y' + \frac{2y}{x} = x</math>;</p> <p>4) <math>y' + \frac{2y}{x} = xy^4</math>.</p>
6. Уравнением Бернулли является уравнение вида:	<p>1) <math>y' = f(x)g(y)</math>;</p> <p>2) <math>y' + p(x)y = q(x)y^n</math>;</p> <p>3) <math>y' + p(x)y = g(x)</math>;</p> <p>4) <math>y'' + py' + qy = 0</math>.</p>
7. Линейное дифференциальное уравнение $y' + p(x)y = f(x)$ имеет решение в виде:	<p>1) <math>y = \frac{1}{u \cdot v}</math>;</p> <p>2) <math>y = \frac{u}{v}</math>;</p> <p>3) <math>y = u \cdot v</math>;</p> <p>4) <math>y = u - v</math>.</p>

**Лекция 25. Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения 2-го порядка допускающие понижения порядка.**

1. Среди уравнений указать дифференциальное уравнение второго порядка.	<p>1) <math>y' = xe^y</math>;</p> <p>2) <math>y^2 - 3y' + 5y = 0</math>;</p> <p>3) <math>y^2 - 3y + 5 = 0</math>;</p> <p>4) <math>y'' = x + y</math>.</p>
2. Какая из функций может являться общим решением	<p>1) <math>y = 0</math>;</p> <p>2) <math>y = e^x \cdot (2c_1 + 3)</math>;</p>

дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'') = 0$ ?	3) $y = e^x \cdot (x + 1)$ ; 4) $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x}$ .
3. Среди перечисленных задач «задачей Коши» является:...	1) $y' = xe^y$ ; 2) $y'' - 3y' + 2y = e^x$ ; 3) $y' + \frac{2y}{x} = x$ ; 4) $y' + \frac{2y}{x} = xy^4, y(0)=2$ .
4. Дифференциальное уравнение второго порядка $y'' = 2x - e^{3x} + \sin 5x$ решается:	1) последовательным интегрирование обеих частей уравнения; 2) подстановкой $y' = z(x), y'' = z'(x)$ ; 3) подстановкой $y' = p(y), y'' = p \frac{dp}{dy}$ ; 4) подстановкой $y = u \cdot v$ , где $u = u(x)$ и $v = v(x)$ – некоторые функции.

**Лекция 26. Линейные однородные и неоднородные ДУ второго порядка. Интегрирование ЛОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.**

1. Однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами является уравнение вида:	1) $y'' + py' + qy = f(x)$ . 2) $y = f(x; y)$ ; 3) $y' + p(x)y = g(x)$ ; 4) $y'' + py' + qy = 0$ .
2. Какое из уравнений является линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами?	1) $y'' - \sin x \cdot y' = 0$ ; 2) $y'' - 3y' + 2y = e^x$ ; 3) $y'' - 2y' + y = 0$ ; 4) $y'' = \sin x$ .
3. При решении однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + py' + qy = 0$ :	1) вводится подстановка вида $y = u \cdot v$ , где $u = u(x)$ и $v = v(x)$ – некоторые неизвестные функции; 2) вводится подстановка вида $y = u \cdot x$ , где $u = u(x)$ – некоторая неизвестная функция; 3) составляется характеристическое уравнение $k^2 + pk + q = 0$ .
4. Характеристическое уравнение имеет $D = 0$ . Чему равно общее решение уравнения $y'' + py' + qy = 0$ ?	1) $y = c_1 x + c_2$ ; 2) $y = A \cdot e^{\alpha x}$ ; 3) $y = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x}$ ; 4) $y = e^{kx} \cdot (c_1 + xc_2)$ .
5. Характеристическое уравнение $k^2 + pk + q = 0$ имеет два различных действительных корня $k_1$ и $k_2$ . Тогда общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + py' + qy = 0$ имеет вид:	1) $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ ; 2) $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ ; 3) $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}$ ; 4) $y = u \cdot v$ , где $u = u(x)$ и $v = v(x)$ – некоторые неизвестные функции.

<p>6. Характеристическое уравнение <math>k^2 + pk + q = 0</math> имеет комплексные корни <math>k_{1,2} = \alpha \pm i\beta</math>. Тогда общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами <math>y'' + py' + qy = 0</math> имеет вид:</p>	<p>1) <math>y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}</math>;  2) <math>y = u \cdot x</math>, где <math>u = u(x)</math> – некоторая неизвестная функция;  3) <math>y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}</math>;  4) <math>y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)</math>.</p>
<p>7. При любых значениях постоянных <math>C_1</math> и <math>C_2</math> функция <math>y(x) = c_1 \sin 3x + c_2 \cos 3x</math> является решением дифференциального уравнения:</p>	<p>1) <math>y'' + 9y = 0</math>;  2) <math>y'' - 9y = 0</math>;  3) <math>y'' - 3y' = 0</math>;  4) <math>y'' + 3y' = 0</math>.</p>
<p>8. Общее решение дифференциального уравнения <math>y'' + 2y' + y = 0</math> находим по формуле:</p>	<p>1) <math>y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}</math>;  2) <math>y = u \cdot x</math>, где <math>u = u(x)</math> – некоторая неизвестная функция;  3) <math>y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}</math>;  4) <math>y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)</math>.</p>
<p>9. Общее решение дифференциального уравнения <math>y'' + 4y' + 5y = 0</math> находим по формуле:</p>	<p>1) <math>y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}</math>;  2) <math>y = u \cdot v</math>, где <math>u = u(x)</math> и <math>v = v(x)</math> – некоторые неизвестные функции;  3) <math>y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}</math>;  4) <math>y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)</math>.</p>
<p>10. Линейным <b>неоднородным</b> дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами является уравнение вида:</p>	<p>1) <math>y' = f(x)g(y)</math>;  2) <math>y'' + py' + qy = f(x)</math>;  3) <math>y' + p(x)y = g(x)</math>;  4) <math>y'' + py' + qy = 0</math>.</p>
<p>11. Какое из уравнений является линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами?</p>	<p>1) <math>y'' - \sin x \cdot y' = 0</math>;  2) <math>y'' - 3y' + 2y = e^x</math>;  3) <math>y'' - 2y' + y = 0</math>;  4) <math>y'' = \sin x</math>.</p>
<p>12. Общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами <math>y'' + py' + qy = f(x)</math> имеет вид:</p>	<p>1) <math>y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}</math>;  2) <math>y(x) = y_0(x)</math>, где <math>y_0(x)</math> – общее решение соответствующего однородного уравнения;  3) <math>y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}</math>;  4) <math>y(x) = y_0(x) + \overline{y(x)}</math>, где <math>y_0(x)</math> – общее решение соответствующего однородного уравнения, <math>\overline{y(x)}</math> – частное решение неоднородного уравнения.</p>
<p>13. Частное решение для дифференциального уравнения <math>y'' + 2y' + y = x e^{-x}</math> можно искать в виде</p>	<p>1) <math>Ax e^{-x}</math>;  2) <math>Ax e^{-x} + B</math>;  3) <math>(Ax^2 + Bx) e^{-x}</math>;  4) <math>(Ax + B) e^{-x}</math>.</p>

## Тема 10. Вероятность случайных событий.

### Лекция 27. Предмет теории вероятностей. Типы случайных событий.

#### Классическое и статистическое определение вероятностей. Элементы комбинаторики.

1. Упорядоченное множество, отличающееся только порядком элементов, называется	1) перестановкой 2) размещением 3) сочетанием 4) разностью
2. Упорядоченное подмножество из $n$ элементов по $m$ элементов, отличающиеся друг от друга либо самими элементами либо порядком их расположения, называется ...	1) сочетанием 2) размещением 3) перестановкой 4) разностью
3. Событие, которое обязательно произойдет, называется ...	1) случайным 2) невозможным 3) достоверным 4) достоверным и случайным
4. Вероятность появления события $A$ определяется неравенством	1) $0 < P(A) < 1$ 2) $0 \leq P(A) \leq 1$ 3) $0 < P(A) \leq 1$ 4) нет верного ответа

#### Лекция 28. Основные теоремы теории вероятностей. Следствия из теорем: вероятность появления хотя бы одного из группы событий; формула полной вероятности; формула Байеса.

1. Сумма вероятностей противоположных событий равна	1) 1 2) 0 3) -1 4) 2
2. Если случайные события $A$ и $B$ не могут появиться вместе, то они называются...	1) Независимыми 2) Несовместными 3) Противоположными 4) Невозможными
3. Вероятность события $A$ при условии, что произошло событие $B$ называется... вероятностью	1) Безусловной 2) Статистической 3) Классической 4) Условной
4. Установите соответствие между формулами: А) Байеса Б) формулой полной вероятности	1. $P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A / B_i)$ 2. $P(B_i / A) = \frac{P(B_i)P(A / B_i)}{P(A)}$

#### Лекция 29. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Теоремы Лапласа. Формула Пуассона.

1. Если вероятность наступления события $A$ в каждом испытании равна 0,002, то для нахождения вероятности того, что событие $A$ наступит 3 раза в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь:	1) формулой Бернулли; 2) формулой Пуассона; 3) локальной теоремой Муавра-Лапласа; 4) интегральной теоремой Муавра-Лапласа; 5) формулой Байеса.
2. Если вероятность наступления события $A$ в каждом испытании	1) формулой Бернулли; 2) формулой Пуассона;

равна 0,25, то для нахождения вероятности того, что событие А наступит от 215 до 300 раз в 1000 испытаниях, вы воспользуетесь:	3) локальной теоремой Муавра-Лапласа; 4) интегральной теоремой Муавра-Лапласа; 5) формулой Байеса.
3. Правильную монету подбрасывают 9 раз для вычисления вероятности того, что орел выпадет 5 раз вы воспользуетесь:	1) формулой Бернулли; 2) формулой Пуассона; 3) локальной теоремой Муавра-Лапласа; 4) интегральной теоремой Муавра-Лапласа; 5) формулой Байеса.

### Тема 11. Случайные величины.

#### Лекция 30. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.

1. Случайная величина, которая принимает конечное или бесконечное счетное множество значений, называется...	1) Непрерывной 2) Счетной 3) Дискретной 4) Бесконечной
2. Математическое ожидание является характеристикой...	1) Расположения 2) Формы распределения 3) Рассеяния 4) Симметрии
3. Дисперсия является характеристикой...	1) Расположения 2) Рассеяния 3) Формы распределения 4) Симметрией
4. Для дискретного типа случайной переменной функция $f(x) = P(X = x)$ может задавать закон распределения тогда и только тогда, если выполняются определенные условия. Укажите, какие из формул определяют эти условия.	1) $f(x) \geq 0$ для каждого $x$ 2) $f(x) = 1$ 3) $\sum_x f(x) = 1$ 4) $\sum f(x) = 0$

#### Лекция 31. Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики.

1. Случайная величина, которая может принять любое значение из заданного промежутка, называется...	1) Непрерывной 2) Дискретной 3) Счетной 4) Измеряемой
2. Функция $F(x) = P(X < x)$ называется	1) Вероятностью 2) Случайной функцией 3) Функцией распределения 4) Плотностью распределения
3. Производная от функции распределения – это ...	1) Случайная функция 2) Функция распределения 3) Плотность распределения 4) Вероятность
4. Типичной характеристикой рассеяния случайной величины от ее математического ожидания является...	1) Размах 2) Мода 3) Стандартное отклонение 4) Коэффициент асимметрии

**Лекция 32. Законы распределения непрерывных случайных величин (равномерный, показательный и нормальный).**

1. Случайная величина, которая может принять любое значение из заданного промежутка, называется...	1) Непрерывной 2) Дискретной 3) Счетной 4) Измеряемой
2. Заполните пропуски: параметрами нормального закона распределения являются... и ...	1) Математическое ожидание 2) Мода 3) Стандартное отклонение 4) Размах
1. Если случайная величина распределена по нормальному закону, то эта случайная величина является случайной величиной ... типа	1) Порядкового 2) Номинального 3) Непрерывного 4) Дискретного
2. Типичной характеристикой рассеяния случайной величины от ее математического ожидания является...	1) Размах 2) Мода 3) Стандартное отклонение 4) Коэффициент асимметрии

**Тема 12. Элементы математической статистики.**

**Лекция 33. Задачи математической статистики. Обработка статистических данных. Числовые характеристики и методы их вычисления.**

1. Все мыслимые объекты некоторого источника наблюдений называются...	1) Генеральной совокупностью 2) Случайным коллективом 3) Совокупностью объектов 4) Множеством объектов
2. Значения некоторого свойства, полученные на объектах выбранных из генеральной совокупности случайным образом, называются ...	1) Выборкой 2) Набором значений 3) Совокупностью наблюдений 4) Исходными данными
3. Количество наблюдений, попавших в заданный интервал интервальной таблицы, называется...	1) Частотой 2) Частостью 3) Относительной частотой 4) Накопленной частотой
4. График эмпирического распределения для наблюдений дискретного типа называется...	1) Гистограммой 2) Полигоном 3) Кумулятой 4) Огивой

**Лекция 34. Статистическая гипотеза. Критерии согласия.**

1. Установите соответствие между формулировками альтернативной гипотезы $H_1$ при $H_0 = \mu$  А) $H_1 : \bar{X} \neq \mu$ Б) $H_1 : \bar{X} < \mu$ В) $H_1 : \bar{X} > \mu$	1) правосторонняя 2) двусторонняя 3) левосторонняя
2. Критерий Пирсона рассчитывается ...	1) на основе среднего значения 2) по нормальному распределению 3) по эмпирическим и теоретическим частотам

	4) по вероятности
3. Нулевую гипотезу по критерию Пирсона принимают, если	1) $\chi_{наб}^2 < \chi_{кр}^2$ 2) $\chi_{наб}^2 > \chi_{кр}^2$ 3) $\chi_{наб}^2 = \chi_{кр}^2$

**Лекция 35. Функциональна и статистическая зависимость. Уравнение линейной регрессии. Коэффициент корреляции.**

1. Чем больше значение коэффициента корреляции, тем	1) более недостоверным является полученный вывод 2) более полную группу образуют испытанные события 3) более тесная зависимость между переменными 4) меньший размер выборки использован при испытании
2. Если линейный коэффициент корреляции между двумя случайными величинами больше нуля, то значит	1) случайные величины имеют прямую линейную зависимость 2) случайные величины имеют обратную линейную зависимость 3) случайные величины не зависимы
3. Выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X имеет вид $y = 1,2x - 0,2$ . Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен:	1) - 0,2 2) 0,2 3) 1,2 4) - 0,15

**Критерии оценивания при текущем контроле (экспресс тестирование на лекциях по текущей теме).**

Оценивание текущего тестирования осуществляется по номинальной шкале – за правильный ответ к каждому заданию выставляется один балл, за не правильный – ноль. Общая оценка каждого теста осуществляется в отношении количества правильных ответов к общему числу вопросов в тесте (выражается в процентах).

Количество попыток прохождения теста и время на его прохождение – неограниченно.

**Показатели и шкала оценивания:**

**Тест считается пройденным (оценка «зачтено») при общей оценке 75%.**

**Самостоятельное решение задач и объяснение их решения.**

**Тема 1. Элементы линейной алгебры**

**Практическое занятие 1. Действия с матрицами. Определители, методы их вычисления.**

1.  $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$ . Найти  $A+B, A-2B, A \cdot B, B \cdot A$ .

2.  $A = \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 1 & -9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 0 & -6 & 5 \end{pmatrix}$ .

Найти  $A+B, 2B, A \cdot B, B \cdot A$ .

3. Дано  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ . Найти произведение  $AB$  и  $BA$ .

4. Вычислить определители данных матриц, используя теорему Лапласа:

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & -1 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Вычислить определитель:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$$

**Практическое занятие 2, 3. Обратная матрица. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Решение СЛАУ методом Крамера и матричным методом.**

1. Вычислить ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -7 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ . В случае, если ранг матрицы  $A$  не меньше 3-х,

вычислить обратную матрицу.

2. Решить систему уравнений методами Крамера и матричным методом:

$$\begin{cases} 3x + y - z = 10 \\ -3x + 3y + 2z = 8, \\ 5x + 2y + 8z = -1 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений методами Крамера и матричным методом:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методами Крамера и матричным методом:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 5x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$$

## Тема 2. Элементы векторной алгебры.

**Практическое занятие 4, 5. Векторы. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по ортам координатных осей. Действия над векторами, заданными координатами. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.**

1. Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  заданы в пространстве своими координатами  $\vec{a} = \{3; 0; 2\}, \vec{b} = \{2; 4; -2\}, \vec{c} = \{6; 7; 1\}$ . Найти длину вектора  $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ .

2. Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  заданы в пространстве своими координатами  $\vec{a} = \{7; 1; -5\}, \vec{b} = \{1; 5; -9\}, \vec{c} = \{0; 4; 2\}$ . Найти угол между двумя векторами  $\vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{c} - 2\vec{a}$ .

3. Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  заданы в пространстве своими координатами  $\vec{a} = \{4; 9; 0\}, \vec{b} = \{8; -2; 3\}, \vec{c} = \{1; 2; 7\}$ . Вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}, \vec{c}$  и  $\vec{a}, \vec{b}$ .

4. Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  заданы в пространстве своими координатами  $\vec{a} = \{7; 1; -5\}, \vec{b} = \{1; 5; -9\}, \vec{c} = \{0; 4; 2\}$ . Вычислить смешанное произведение этих векторов.



### Тема 3. Аналитическая геометрия.

#### Практическое занятие 6. Уравнение прямой на плоскости.

Даны координаты вершин некоторого треугольника ABC: A(7; 1), B(-5; -4), C(-9; -2).

Найти:

1. уравнение стороны AB;
2. уравнение и длину высоты, проведенной из точки C;
3. уравнение медианы, проведенной из точки A;
4. точку пересечения медианы AE и высоты CD;
5. уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно стороне AB.

#### Практическое занятие 7. Кривые второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола.

1. Составить уравнение окружности в каждом из следующих случаев:
  - а) центр окружности совпадает с началом координат и ее радиус  $R=3$ ;
  - б) центр окружности совпадает с точкой  $C(2; -3)$  и ее радиус  $R=7$ ;
  - в) окружность проходит через начало координат и ее центр совпадает с точкой  $C(6; -8)$ ;
  - г) окружность проходит через три точки  $A(1; 1)$ ,  $B(1; -1)$  и  $C(2; 0)$ .
4. Определить тип кривой, привести уравнение к каноническому виду и построить кривую  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 3 = 0$ .

#### Практическое занятие 8. Плоскость и прямая в пространстве. Поверхности второго порядка.

1. Запишите канонические уравнения:

- сферы;
- эллипсоида;
- однополостного гиперболоида;
- двуполостные гиперболоида;
- конуса второго порядка;
- эллиптического параболоида;
- гиперболического параболоида;
- цилиндров (кругового, эллиптического, гиперболического, параболического).

2. Записать каноническое уравнение прямой заданной уравнениями 
$$\begin{cases} x + 2y - z + 1 = 0, \\ -x + y + 2z - 1 = 0. \end{cases}$$

### Тема 4. Введение в анализ

#### Практическое занятие 9. Предел функции. Методы раскрытия неопределенностей.

Первый и второй замечательные пределы

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + x - 6}$
2. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1 + 3x^2} - 2}{x^2 - x}$ .
3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x - 5x^3}{7x^3 + 2x^2 + 3}$ .
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{3x^2}$ .
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-5}{x-2} \right)^x$ .

**Практическое занятие 10. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.**

1. Найти точки разрыва функции, если они существуют, построить график функции

$$y = \begin{cases} 1+x^2, & x \leq -1 \\ x+3, & -1 < x \leq 1. \\ 2, & x > 1 \end{cases}$$

2. Найти точки разрыва функции, если они существуют, построить график функции

$$y = \begin{cases} 2x, & x \leq 0 \\ 1-x^2, & 0 < x \leq 2. \\ -3, & x > 2 \end{cases}$$

**Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.**

**Практическое занятие 11. Производная сложной, неявных и параметрически заданных функций**

1. Найти производную функции  $y = 3\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{2}x^2$ .

2. Найти производную функции  $y = (x+2) \cdot 2^x$ .

3. Найти производную функции  $y = \frac{x^2}{1-x^2}$ .

4. Найти производную функции  $y = 3\sqrt[3]{x} + \frac{1}{4x^4}$ .

5. Найти производную сложной функции  $y = e^{\frac{x^2}{2x+1}}$ .

6. Найти производную неявно заданной функций  $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ .

7. Найти производную параметрически заданной функций  $\begin{cases} x = t^3 \\ y = t^2 \ln t \end{cases}$ .

**Практическое занятие 12. Производные высших порядков. Дифференциал функции и его свойства, приближенные вычисления.**

1. Найти дифференциал функции:  $y = \frac{1}{2} \ln^2 x$ .

2. Найти дифференциал функции:  $y = e^{-x^2}$ .

3. Вычислить предел функции с помощью правила Лопиталья  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$ .

**Практическое занятие 13. Исследование функций с помощью производной, построение графиков функций. Задачи оптимизации.**

1. Найти экстремумы функции  $y = x^4 - 2x + 10$ , интервалы убывания, возрастания функции.

2. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба для функции  $y = \frac{x^4}{4} - x^3$ .

3. Найти асимптоты функции  $y = \frac{x-4}{x^2}$ .

**Практическое занятие 14. Формула Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций по формулам Тейлора и Маклорена.**

1. Разложить функцию  $f(x) = 2^x$  в ряд Маклорена
2. Разложить функцию  $f(x) = \sin^2 x$  в ряд Маклорена
3. Вычислить с точностью 0,0001 значение  $\sqrt{24}$ .

**Тема 6. Неопределенный интеграл.**

**Практическое занятие 15. Первообразная функции. Методы непосредственного интегрирования и замены переменной.**

1. Используя таблицу, найти следующие интегралы:

$$\int x^5 dx; \int \sqrt{x} dx; \int \frac{1}{x^2 + 9} dx; \int \frac{1}{x} dx.$$

2. Вычислить интегралы:

$$\int (3+x)^5 dx; \int \sqrt{x-3} dx; \int \frac{1}{4x^2+9} dx; \int \frac{1}{3x-2} dx.$$

3. Вычислить интегралы:

$$\int \cos 2x dx, \int e^{3x+1} dx, \int \frac{5}{x-7} dx, \int \frac{1}{25x^2+1} dx.$$

4. Найти интегралы, используя подходящую подстановку:

$$\int e^{2x^2+5} \cdot x dx, \int (x^2+1)^5 2x dx.$$

**Практическое занятие 16-17. Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.**

1. Найти интеграл:  $\int (x+1) \sin x dx$ .

2. Найти интеграл:  $\int (x+1) \ln x dx$ .

3. Найти интеграл:  $\int e^x \sin x dx$ .

4. Найти интеграл:  $\int \frac{4}{(x-3)^7} dx$

**Практическое занятие 18. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций**

1. Найти интеграл  $\int \cos 3x \sin x dx$ .

2. Найти интеграл  $\int \cos^2 3x dx$ .

3. Найти интеграл  $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$ .

4. Найти интеграл  $\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx$ .

5. Найти интеграл  $\int \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .

**Тема 7. Определенный интеграл.**

**Практическое занятие 19-20. Понятие определенного интеграла и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница и замена переменной, интегрирование по частям в определенном интеграле.**

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 x^3 dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 x^3 \cos x^4 dx$ .
3. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}$
4. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^{\sqrt[3]{2}} 3x^2 \cdot e^{x^3} dx$ .
5. Вычислить определенный интеграл  $\int_1^e (x+2) \cdot \ln x dx$ .

### Практическое занятие 21. Несобственные интегралы 1-го рода и 2-го рода.

1. Исследовать сходимость интеграла  $\int_1^{\infty} e^{-x^2} dx$ .
2. Исследовать сходимость интеграла  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{1+x^{10}}$ .
3. Исследовать сходимость интеграла  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ .
4. Исследовать сходимость интеграла  $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$ .

### Практическое занятие 22. Приложения определенного интеграла.

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 4x - x^2$  и  $y = 2x - 8$ .
2. Вычислить площадь эллипса  $x = a \cos t$ ,  $y = b \sin t$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ).
3. Вычислить длину дуги  $y = \frac{2}{3}(x-1)^{3/2}$  на отрезке  $[1, 4]$ .
4. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями  $y = 4x - x^2$  и  $y = 0$  вокруг оси  $Ox$ .

### Тема 7. Функции двух переменных.

#### Практическое занятие 23-24. Функции нескольких переменных. Частные производные. Производные и дифференциалы функции двух переменных.

1. Найти частные производные первого и второго порядка  $z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1$ .
2. Найти частную производную  $z_{xyy}'''$  функции  $z = \ln(y + \sqrt{x})$ .
3. Найти полный дифференциал функции  $z = 3e^{xy^2}$ .

#### Практическое занятие 25. Производная в данном направлении. Градиент. Экстремум функции двух переменных.

1. Вычислить производную функции  $z = 4x^2y + 24xy + y^2 + 32y - 6$  в точке  $M(1; -1)$  в направлении вектора  $\vec{a} = (3; -4)$ .
2. Вычислить градиент функции  $z = 4x^2y + 24xy + y^2 + 32y - 6$  в точке  $M(1; -1)$ .

3. Найти экстремум функции  $z = \frac{3}{2}x^2 + 2xy - \frac{1}{2}y^2 - 5x - y + 2$ .

**Практическое занятие 26. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Метод наименьших квадратов.**

1. Вычислить приближенно  $z = \ln(1,05 + \sqrt{0,04})$ , применив полный дифференциал функции  $z = \ln(y + \sqrt{x})$  в точке  $M(1;0)$ .

2. Результаты измерений величин  $x$  и  $y$  представлены таблицей

$x$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
$y$	2,0	7,5	12,5	14,5	16,0	18,5	20,0	20,5	22,0

Составить уравнение линейной зависимости  $y(x)$ , используя метод наименьших квадратов. Построить заданные точки и полученную прямую

**Тема 9. Дифференциальные уравнения.**

**Практическое занятие 27-28. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Уравнения с разделяющимися переменными.**

1. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'\sqrt{1-x^2} = 1 + y^2$ .

2. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' + \frac{\sin x}{\sin y} = 0$ .

3. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' = (y + 1) \cdot \operatorname{ctg} x$ , удовлетворяющее условию  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ .

**Практическое занятие 29-30. Однородные, линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли.**

1. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$ .

2. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' + 2y = e^{3x}$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' + xy = -x^3$ .

4. Решить уравнение Бернулли  $y' + \frac{y}{x} = y^2 \ln x$ .

**Практическое занятие 31-32. Дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения 2-го порядка допускающие понижения порядка**

1. Найти общее решение дифференциального уравнения  $2yy'' = (y')^2$ .

2. Найти общее решение уравнения  $y'' = \frac{y'}{1+x}$ .

3. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения  $y'' + 3y' = 0$ , если начальные условия  $y(0) = 0, y'(0) = 3$ .

4. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' = \frac{y'}{x} + x$ .

**Практическое занятие 33-34. Линейные однородные и неоднородные ДУ второго порядка. Интегрирование ЛОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.**

1. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 6y' + 5y = 0$ .
2. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 5y' + 6y = 0$  и частное решение, если начальные условия  $y(0) = 1, y'(0) = 4$ .
3. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 10y' + 25y = 0$  и частное решение, если начальные условия  $y(0) = 2, y'(0) = 8$ .
4. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 2y' + 5y = 0$ .
5. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 9y = 18x + 45$ .
6. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 2y' + 10y = 37\cos 3x$ .
7. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + y' - 2y = 9e^x$ .
8. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 4y = 2\sin 2x$  и частное решение, если начальные условия  $y(0) = 1, y'(0) = 3/2$ .

### **Тема 10. Вероятность случайных событий.**

#### **Практическое занятие 35. Элементы комбинаторики. Решение задач на непосредственный подсчет вероятностей.**

1. Сколькими способами можно расставить на одной полке шесть различных книг?
2. Сколько вариантов распределения трех путевок в санатории различного профиля можно составить для пяти претендентов?
3. В бригаде из 25 человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?
4. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?
5. В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?
6. На карточках написаны буквы Г, К, М, Т, У. Карточки перемешиваются и раскладываются в ряд. Найдите вероятность того, что в результате будет получено слово «КГМТУ»
7. В партии из 18 деталей находятся 4 бракованных. Наугад выбирают 5 деталей. Найти вероятность того, что из этих 5 деталей две окажутся бракованными.

#### **Практическое занятие 36-37. Решение задач на использование теорем сложения и умножения и следствий из них. Решение задач на использование формулы полной вероятности, формулы Байеса**

1. Среди 52 счетов 4 оформлены с ошибками. Ревизор наугад берет 3 счета. Какова вероятность того, что среди вынутых счетов будет: а) точно один неправильно оформленный счет, б) хотя бы один неправильно оформленный счет?
2. Для аттестации из группы в 10 студентов отбирают произвольным образом двоих. Какова вероятность того, что будут отобраны: а) два вполне определенных человека, б) будет отобран хотя бы один из них?
3. В I ящике 20 деталей, из них 15 штук стандартные; во II – 30 деталей, из них 24 стандартные; в III – 10 деталей, из них 6 стандартные. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наугад выбранного ящика будет стандартной.
4. В группе спортсменов 5 лыжников, 3 гимнаста и 2 шахматиста. Вероятность стать мастером спорта для лыжника - 0,4, для гимнаста - 0,3, для шахматиста - 0,1. Выбранный наудачу спортсмен стал мастером спорта. Какова вероятность того, что это был лыжник?

#### **Практическое занятие 38. Решение задач на использование формул Бернулли, Лапласа, Пуассона.**

1. По цели производится 5 выстрелов. Вероятность попадания для каждого выстрела равна 0,4. Найти вероятность того, что в цель попали не менее трех раз.

- В случае внедрения определенной технологии 90% всей продукции, изготовленной заводом, будет высшего сорта. Найти наивероятнейшее число изделий высшего сорта в партии из 200 штук.
- Фабрика выпускает 75% изделий 1-го сорта. Из партии готовых изделий наугад берут 400 деталей. Вычислить вероятность того, что изделий 1-го сорта окажется 290 шт.
- Автомат изготавливает однотипные детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется стандартной, является величиной постоянной и равняется 0,95. За смену автомат изготовил 800 деталей. Какова вероятность того, что стандартных деталей среди них будет от 720 до 780 шт.

### Тема 11. Случайные величины.

#### Практическое занятие 39. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.

- Разыгрываются две вещи стоимостью по 5000 руб. и одна вещь стоимостью 30000 руб. Составить закон распределения выигрышей для человека, купившего один билет из 50. Найти математическое ожидание.
- Дискретная случайная величина распределена по закону:

$X$	-1	0	1	2
$p$	0,2	0,1	0,3	0,4

Найти  $D(X)$ .

#### Практическое занятие 40. Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики. Законы распределения непрерывных случайных величин (равномерный, показательный и нормальный).

- Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения  $F(x)$ . Найти функцию плотности вероятности  $f(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}, & -1 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

- Задана интегральная функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 1 - e^{-5x}, & x > 0. \end{cases} \quad \text{Найти } M(X), \sigma(X).$$

- Задана функция плотности  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{2}}$ ,  $-\infty < x < \infty$  нормально распределенной случайной величины. Определить  $M(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

### Тема 12. Элементы математической статистики.

#### Практическое занятие 41. Задачи математической статистики. Обработка статистических данных. Числовые характеристики и методы их вычисления.

- На изготовление каждого из 4 электродвигателей затрачено соответственно: 51, 49; 52 и 48 (мин). Описать экспериментальные данные с помощью характеристик положения, рассеяния и формы.
- По данному статистическому распределению выборки методом условных вариантов, определить: а) выборочную среднюю; б) выборочную дисперсию; в) выборочное среднее квадратическое отклонение.

$x_i$	4	5,8	7,6	9,4	11,2	13	14,8	16,6
$n_i$	5	8	12	25	30	20	18	6

### Практическое занятие 42. Статистическая гипотеза. Критерии согласия.

1. Задан статистический ряд распределения признака  $X$  выборочной совокупности значений ( $x_i$ ):

Значение признака $x_i$	153	159	165	171	177	183
$n_i$ (частота)	8	10	12	14	10	6

Предполагается, что исследуемая случайная величина распределена по нормальному закону. Сопоставить теоретическую и эмпирическую кривые.

2. Для заданного статистического распределения найти теоретическое нормальное распределение и оценить согласованность эмпирических и теоретических данных по критерию Пирсона.

Значение признака $x_i$	153	159	165	171	177	183
$n_i$ (частота)	8	10	12	14	10	6

### Практическое занятие 43. Функциональная и статистическая зависимость. Уравнение линейной регрессии. Коэффициент корреляции.

1. По заданным значениям признаков  $X$  и  $Y$  убедиться, что величины связаны линейной зависимостью. Составить уравнение регрессии  $y$  на  $x$ . Построить полученную прямую и заданные точки ( $x_i, y_i$ ). Найти коэффициент корреляции и сделать вывод.

$x$	12	10	13	11	10	14	15	16	13	12
$y$	27,9	22,0	30,5	25,4	24,1	34,0	35,2	39,2	29,7	28,0

### Защита отчетов по практическим занятиям

#### Критерии оценивания

Оценивание каждой практической работы осуществляется по системе «зачтено» и «не зачтено».

В процессе оценивания учитываются отдельные критерии и их «весомость».

Критериями оценки	Весомость в %
– выполнение всех пунктов задания	до 30%
– степень соответствия выполненного задания поставленным требованиям	до 30%
– получение корректных результатов работы	до 20%
– качественное оформление работы	до 5%
– корректные ответы на вопросы по сути расчетов	до 5%

**Оценка «зачтено» выставляется, если набрано не менее 75%.**

### 2.3 Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

#### Вид промежуточной аттестации: зачет

Зачет проводится в первом семестре изучения дисциплины.

Оценивание осуществляется по двухбальной системе.

#### Критерии оценивания



Промежуточная аттестация считается пройденной (получена оценка «зачтено») если все виды текущей аттестации (экспресс-опрос на лекциях по текущей теме, самостоятельное решение задач и объяснение их решения) выполнены на оценку «зачтено».

### **Вид промежуточной аттестации: экзамен**

Условием допуска к промежуточной аттестации является выполнение и прохождение всех тестов текущей аттестации с результатом не менее 75% по каждому.

Экзамен проводится во втором семестре изучения дисциплины.

Технология проведения экзамена – ответ на один теоретический вопрос и решение двух практических заданий экзаменационного билета.

### **Перечень вопросов к экзамену**

1. Понятие и свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
3. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.
4. Функции двух переменных. Частные производные. Дифференциал функции двух переменных.
5. Экстремум функции двух переменных.
6. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
7. Метод наименьших квадратов.
8. Определение дифференциального уравнения. Решение дифференциального уравнения, общее и частное решение.
9. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
10. Однородные дифференциальные уравнения.
11. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнения Бернулли.
12. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижения порядка.
13. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

На экзамене результирующая оценка выставляется по четырех балльной системе (неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично).

#### **Критерии оценивания:**

- полнота и правильность ответа;
- степень осознанности, понимания изученного;
- языковое оформление ответа.

#### **Показатели и шкала оценивания:**

<b>Шкала оценивания</b>	<b>Показатели</b>
<b>Отлично</b>	<p>ставится при полном ответе на вопрос и верном решении двух задач при этом:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– обучающийся полно излагает материал, дает правильное определение основных понятий;</li> <li>– обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные, в том числе из будущей профессиональной деятельности;</li> <li>– излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка</li> </ul>

<b>Хорошо</b>	<p>выставляется 1) при неполном ответе на вопрос и верном решении двух задач при этом; 2) полном ответе на вопрос, верном решении одной задачи и допускает ошибку при решении второй задачи при этом:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для отметки «5», но допускает 1-2 ошибки и 1-2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого</li> </ul>
<b>Удовлетворительно</b>	<p>получает обучающийся при: 1) неполном ответе на вопрос и неполном решении двух задач; 2) неполном или неверном ответе на вопрос и неполном решении одной задачи; 3) неверном ответе на вопрос и верном решении задачи при этом:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:</li> <li>- излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;</li> <li>- не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;</li> <li>- излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого</li> </ul>
<b>Неудовлетворительно</b>	<p>выставляется при неверном ответе на вопрос и неверном решении двух задач при этом:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений и правил,</li> <li>- искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал</li> </ul>

### **Вид промежуточной аттестации: зачет с оценкой**

Условием допуска к промежуточной аттестации является выполнение и прохождение всех тестов текущей аттестации с результатом не менее 75% по каждому.

Зачет с оценкой проводится в третьем семестре изучения дисциплины.

Технология проведения зачета с оценкой – прохождение комплексного теста по всем изученным темам.

Тестовые задания комплектуются из вопросов текущего контроля, в равной степени охватывающих весь материал. Время прохождения теста 45 минут.

#### **Перечень вопросов к зачету с оценкой**

1. Классическое и статистическое определение вероятности. Свойства вероятности.
2. Элементы комбинаторики.
3. Зависимые и независимые события. Произведение событий
4. Независимые события. Условная вероятность. Теорема умножения для независимых и зависимых событий.
5. Сумма событий. Совместные и несовместные события. Теоремы сложения вероятностей.
6. Вероятность противоположного события; вероятность осуществления только одного события; вероятность осуществления хотя бы одного события.
7. Формула полной вероятности.
8. Вероятность гипотез. Формула Байеса.
9. Формула Бернулли.
10. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
11. Формула Пуассона для редких событий.

12. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей случайной величины.

13. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Свойства математического ожидания. Дисперсия, среднеквадратическое отклонение дискретной случайной величины.

14. Математическое ожидание непрерывной случайной величины. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение непрерывной случайной величины.

15. Нормальный закон распределения. Основные параметры. Вероятностный смысл параметров.

16. Вероятность попадания нормально распределенной непрерывной случайной величины в заданный интервал.

17. Понятие первичной статистической совокупности. Интервальные и безинтервальные вариационные ряды. Графическое изображение вариационных рядов: полигон, гистограмма, кумулята, огива, эмпирическая функция распределения.

18. Числовые характеристики выборки.

19. Критерий согласия Пирсона.

20. Элементы корреляционного анализа. Линейная корреляция. Уравнения прямых линий регрессии.

21. Коэффициент корреляции. Оценка коэффициента корреляции по выборочным данным.

### **Критерии оценивания:**

Оценивание осуществляется по четырёхбалльной системе.

Оценивание промежуточного тестирования осуществляется по номинальной шкале – за правильный ответ к каждому заданию выставляется один балл, за не правильный – ноль. Общая оценка каждого теста осуществляется в отношении количества правильных ответов к общему числу вопросов в тесте (выражается в процентах).

В процентном соотношении оценки (по четырёхбалльной системе) выставляются в следующих диапазонах:

«неудовлетворительно» – менее 75%;

«удовлетворительно» – 75%-85%;

«хорошо» – 86%-92%;

«отлично» – 93%-100%.

Оценки, которые выставляются на экзамене и зачете с оценкой, кроме знаний, умений и навыков, обучающихся учитывают степень сформированности у последних общепрофессиональной компетенции ОПК-1 – способность применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.