

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КЕРЧЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ МОРСКОЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
СУДОМЕХАНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ

Приложение к рабочей программе дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

ЕН.01. Математика

специальностей:

26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики

Учебный план 2023 года разработки.

Керчь

1. Назначение фонда оценочных средств (ФОС) по дисциплине

ФОС по учебной дисциплине ОУД.10 «Математика» для студентов специальностей 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики и 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок – это совокупность контрольных материалов, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимся установленных результатов обучения. ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Задачи ФОС:

- управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений;
- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины с выделением положительных/отрицательных результатов и планирование предупреждающих/корректирующих мероприятий;
- самоподготовка и самоконтроль обучающихся в процессе обучения.

2. Структура ФОС и применяемые методы оценки полученных знаний

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, устных опросов, текущего тематического тестирования, а также выполнения обучающимися домашних заданий

Материал считается усвоенным:

- с оценкой «отлично», если курсант безошибочно выполняет 90-100% заданий работы;
- с оценкой «хорошо», если в работе выполнено правильно от 70% заданий и выше с незначительными ошибками;
- с оценкой «удовлетворительно», если решено правильно от 50 % до 69% заданий

Применяемые методы оценки полученных знаний по разделам дисциплины

Тема	Экспресс опрос на лекциях по текущей теме (экспресс-тестирование)	Математический диктант	Письменная работа по теме	Итоговый тест	Промежуточная аттестация
Раздел 1. Основы линейной алгебры					
Тема 1.1 Матрицы. Системы линейных уравнений	+	+	+	+	Диф. зачет
Раздел 2. Математический анализ					
Тема 2.1 Дифференциальное и интегральное исчисление.	+	+	+	+	Диф. зачет
Тема 2.2 Обыкновенные дифференциальные уравнения	+		+	+	Диф. зачет
Раздел 3. Основы теории вероятностей и математической статистики					
Тема 3.1 Основы теории вероятностей и математической статистики	+		+	+	Диф. зачет

Входное тестирование

ВАРИАНТ 1

1. Вычислить: $\sqrt{125} \cdot \sqrt[5]{32} - 5^{\frac{1}{2}}$

- | | | | | |
|--------------|-------------------------|---|-------------|-----------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $11\sqrt{5}$ | $10\sqrt{2} - \sqrt{5}$ | 9 | $9\sqrt{5}$ | $\sqrt[9]{4000} - \sqrt{5}$ |

2. Вычислить: $\frac{\sin 45^\circ \cos 15^\circ - \cos 45^\circ \sin 15^\circ}{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}$

- | | | | | |
|---|-----|--------------|--------------|------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 1 | 1/2 | $\sqrt{3}/2$ | $1/\sqrt{3}$ | $\sqrt{3}$ |

3. Выберите точку, через которую проходит график функции: $y=2^x+1$

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| А | Б | В | Г |
| M(3;7) | N(3;9) | K(4;8) | P(4;9) |

4. Найти область определения функции: $y = \lg(16-x^2)$

- | | | | |
|-----------------------|--------------|----------|---------------|
| А | Б | В | Г |
| $(-4;-2) \cup (-2;4)$ | $(4;\infty)$ | $(-4;4)$ | $(-4;\infty)$ |

5. Вычислить: $2 \log_5 25 + 3 \log_2 64$

- | | | | |
|---|----|----|----|
| А | Б | В | Г |
| 8 | 12 | 18 | 22 |

6. Решить уравнение: $\operatorname{tg} 5x = -1$

- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|---------------------|---------------------------------------|
| А | Б | В | Г |
| $(-1)^n \pi/3 + 2\pi n$ | $(-1)^n 2\pi/3 + 2\pi n$ | $-\pi/20 + \pi n/5$ | $3\pi/20 + \pi n/5, n \in \mathbb{Z}$ |

7. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 3x^2 - 1}{3x^4 - 5x}$

- | | | | | |
|---|---|-----|-----|------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 2 | 3 | 2/3 | 3/2 | -2/3 |

8. Найти первообразную функции $f(x)$, график которой проходит через точку M: $f(x)=x^3+2, M(2;15)$

- | | | | |
|---------------|-------------|-------------|--------------|
| А | Б | В | Г |
| $1/4x^2+2x+7$ | $x^4+2x+15$ | $x^4+2x-15$ | другой ответ |

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить: $0,1 \cdot \sqrt{20} : \sqrt{45} - 5 \frac{17}{30}$

- | | | | | |
|------|------|-----|---|--------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| -2,5 | -5,5 | -10 | 0 | другой ответ |

2. Упростить: $\frac{\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}$

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $2\sin 2\alpha$ | $2\cos 2\alpha$ | $\cos 2\alpha + \sin 2\alpha$ | $\cos 2\alpha - \sin 2\alpha$ | $\sin 2\alpha - \cos 2\alpha$ |

3. Выберите точку, через которую проходит график функции: $y=(1/3)^x-1$

- | | | | |
|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|

K(-3;-10) M(-3;8) N(-2;5) P(-2;8)

4. Найти область определения функции: $y = \log_{1/3}(x^2 - 2x)$

А Б В Г
 (0;2) $(-\infty;0) \cup (2;\infty)$ $(-\infty;-2) \cup (0;\infty)$ (-2;0)

5. Вычислить: $3 \log_7 49 - 5 \log_2 16$

А Б В Г
 -26 -14 14 26

6. Решить уравнение: $\sin x / 2 = \sqrt{3} / 2$

А Б В Г
 $(-1)^n \pi / 3 + 2\pi n$ $(-1)^n 2\pi / 3 + 2\pi n$ $-\pi / 20 + \pi n / 5$ $3\pi / 20 + \pi n / 5, n \in \mathbb{Z}$

7. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

А Б В Г Д
 1 -1 0 ∞ другой ответ

8. Найти первообразную функции $f(x)$, график которой проходит через точку М: $f(x) = 4x + 1/x^2$, М(1;4)

А Б В Г
 $4x^2 + 1/x + 4$ $2x^2 - 1/x + 1$ $2x^2 + 1/x + 4$ другой ответ

Критерий оценивания теста: За каждый правильный ответ дается один балл. Если курсант набрал 4-5 баллов - оценка «удовлетворительно», 6-7 баллов - оценка «хорошо», 8 баллов - оценка «отлично».

Ответы на тест

Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8
г	а	б	в	г	в	в	а

Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8
б	в	г	б	б	б	б	г

Оценочные материалы для проведения текущего контроля.

Экспресс опрос на лекциях по текущей теме (экспресс-тестирование).

Вопросы	Рекомендуемое содержание ответа (источник)
Тема 1.1 Матрицы. Системы линейных уравнений	
1. Дать определение матрицы.	Конспект лекций по дисциплине Математика для студентов (курсантов) 2 курса всех специальностей технического профиля очной формы обучения / сост. В. П. Нечаева. – Керчь, 2016, с. 6-11. Математика, практикум для студентов 2 курса очной формы обучения специальности 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики/ сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2019, с.6-10
2. Назовите основные типы матриц.	
3. Какие основные алгебраические операции производят с матрицами.	
4. Как вычислить определители второго и третьего порядка?	
5. В чем заключается метод Крамера?	Конспект лекций по дисциплине Математика для студентов (курсантов) 2 курса всех специальностей технического профиля очной формы обучения / сост. В. П. Нечаева. – Керчь, 2016, с. 8-15. Математика, практикум для студентов 2 курса очной формы обучения специальности 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики/ сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2019, с.11-20
6. Можно ли решить систему уравнений методом Крамера если определитель равен нулю?	
7. В чем заключается суть метода Гаусса?	
8. Какая система называется неопределенной, определенной, совместной и несовместной?	
9. Как с помощью метода Гаусса можно исследовать систему?	
10. Что такое мнимая единица?	Конспект лекций по дисциплине Математика для студентов (курсантов) 2 курса всех специальностей технического профиля очной формы обучения / сост. В. П. Нечаева. – Керчь, 2016, с. 63-67. Математика, практикум для студентов 2 курса очной формы обучения специальности 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики/ сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2019, с.19-25
11. Как изображается комплексное число?	
12. Какие комплексные числа называются сопряженными?	
13. Какие формы комплексных чисел существуют?	
14. Как складываются комплексные числа?	
15. Как умножить два комплексных числа?	
16. Как разделить два комплексных числа?	
17. Напишите формулу Муавра.	
Тема 2.1 Дифференциальное и интегральное исчисление	
1. Дайте определение функции.	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса специальностей 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок очной формы обучения / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44.
2. Что такое область определения и множество значений функции?	
3. Какие функции называются возрастающими, убывающими, монотонными?	
4. Какие функции называются периодическими?	

5. Назовите элементарные функции, приведите их графики.	Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения специальности 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
6. Дайте определение предела функции.	
7. Какие функции называются бесконечно малыми, какие бесконечно большими?	
8. Какие виды неопределенности вы знаете?	
9. Как раскрываются неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$ и $\frac{0}{0}$?	
10. Напишите формулы первого замечательного предела.	
11. Напишите формулу второго замечательного предела.	
12. Что такое производная функции?	
13. Рассказать правила дифференцирования и таблицу производных.	
14. В чем заключается механический и геометрический смысл производной?	
15. Пусть функция $Q(t)$ - количество электричества, проходящего через поперечное сечение проводника за время t . Что найдем, взяв производную от этой функции?	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса специальностей 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок очной формы обучения / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения специальности 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
16. Рассказать правило нахождения производной сложной функции.	
17. Какие точки называются точками экстремума функции?	
18. Как найти экстремумы функции, интервалы выпуклости, вогнутости?	
19. Как найти точки перегиба, интервалы выпуклости, вогнутости графика функции?	
20. Приведите общую схему исследования функции и построения графика.	
21. Что называется первообразной?	
22. Дайте определение неопределенного интеграла.	
23. Перечислите свойства неопределенного интеграла.	
24. В чем заключается метод подстановки?	
25. Какая геометрическая задача приводит к понятию определенного интеграла?	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса специальностей 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок очной формы обучения / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения специальности 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
26. Назовите основные свойства определенного интеграла.	
27. Напишите формулу Ньютона-Лейбница.	
28. Как найти площадь плоской фигуры с помощью определенного интеграла?	

29. Каков физический смысл определенного интеграла?	судовых энергетических установок / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
Тема 2.2 Обыкновенные дифференциальные уравнения	
1. Дайте определение дифференциального уравнения.	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса специальностей 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок очной формы обучения / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения специальности 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
2. Что является решением дифференциального уравнения?	
3. Дайте понятие общего и частного решения ДУ.	
4. Сформулируйте задачу Коши.	
5.	
6. Какие уравнения называются уравнениями с разделяющимися переменными?	
7. Дайте определение ДУ второго порядка.	
8. Расскажите о ДУ 2-го порядка, допускающих понижение порядка.	
9. Дайте определение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	
10. Что такое характеристическое уравнение? Как оно составляется?	
11. Расскажите, как находится общее решение ЛОДУ 2 –го порядка с постоянными коэффициентами.	
Тема 3.1 Основы теории вероятностей и математической статистики	
1. Дайте определение события.	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса специальностей 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок очной формы обучения / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения специальности 26.02.06 Эксплуатация судового электрооборудования и средств автоматики, 26.02.05 Эксплуатация судовых энергетических установок / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
2. Какие события называются достоверными, невозможными, случайными?	
3. Приведите формулу и свойства классической вероятности.	
4. Дайте определение дискретной и непрерывной случайной величины.	
5. Что называется законом распределения случайной величины?	
6. Дайте определение и формулу вычисления математического ожидания дискретной случайной величины.	
7. Дайте определение и формулу вычисления дисперсии случайной величины.	

Критерий оценивания экспресс- теста: курсанту задается три вопроса. Если курсант отвечает на все вопросы четко и полно - оценка «отлично», если курсанту требуются незначительные подсказки, но видно, что он понял тему, ориентируется в формулах и понятиях - оценка «хорошо». Если из трех вопросов отвечает на один - оценка «удовлетворительно».

Математический диктант

Вопросы	Ответы
Тема 1.1 Матрицы. Системы линейных уравнений Комплексные числа	
1. Чему равно i^2	-1
2. Вычислить $\frac{2}{i}$	$-2i$
3. Написать тригонометрическую форму числа $z = 2i$	$z = 2(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$
4. Вычислить $-5 + 2i - 3i^3$	$-5 + 5i$
5. Написать тригонометрическую форму числа $z = 1 + i$	$z = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$
6. Напишите число, сопряженное числу $z = -3 + 2i$	$z = -3 - 2i$

Критерий оценивания: все 6 заданий выполнены верно - оценка «отлично», 4,5 заданий выполнены верно - оценка «хорошо», 3 - оценка «удовлетворительно».

Тема 2.1 Дифференциальное и интегральное исчисление	
Найти производную функции	Ответы
1. $y = -3x^2$	$-6x$
2. $y = 2\sqrt{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
3. $y = 3^x$	$3^x \ln 3$
4. $y = \sin x$	$\cos x$
5. $y = \cos x$	$-\sin x$

6. $y = \ln x$	$\frac{1}{x}$
7. $y = 3x^3 - 4x + 5$	$9x^2 - 4$
8. $y = \sin 3x$	$3\cos 3x$
9. $y = e^{-2x}$	$-2e^{-2x}$
10. $y = \sin^2 x$	$2\sin x \cdot \cos x$

Критерий оценивания: все 10 заданий выполнены верно - оценка «отлично», 7-9 заданий выполнены верно - оценка «хорошо», 5-6 - оценка «удовлетворительно».

Письменная работа по теме

Тема 1.1 Матрицы. Системы линейных уравнений

Письменная работа №1

Вариант 1	Вариант 2
Решить систему линейных уравнений методом Крамера и Гаусса	Решить систему линейных уравнений методом Крамера и Гаусса
а) $\begin{cases} -2x + 3y = 11 \\ 4x - y = -3 \end{cases}$	а) $\begin{cases} 3x - y = -5 \\ 4x + 2y = -7 \end{cases}$
б) $\begin{cases} 2x + y + z = 5 \\ x - 3y - 2z = 5 \\ x + y - z = 4. \end{cases}$	б) $\begin{cases} x + 5y + z = 0 \\ 2x - 4y - 3z = -1. \\ 3x + 4y + 2z = 8 \end{cases}$

Критерий оценивания письменной работы №1: Обе системы решены правильно двумя методами - оценка «отлично», обе системы решены правильно одним методом или двумя методами, но с незначительными вычислительными ошибками - оценка «хорошо», решена правильно одна система - оценка «удовлетворительно».

Ответы: Вариант 1. а) $x=0,2, y=3,8$ **б)** $x=3, y=0, z=-1$.

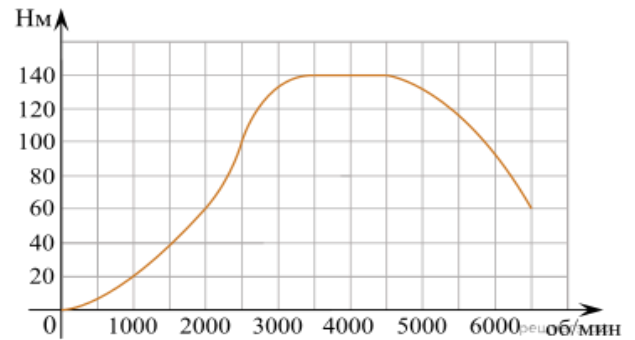
Вариант 2. а) $x=-1,7, y=-0,1$ **б)** $x=2, y=-1, z=3$.

Тема 2.1 Дифференциальное и интегральное исчисление

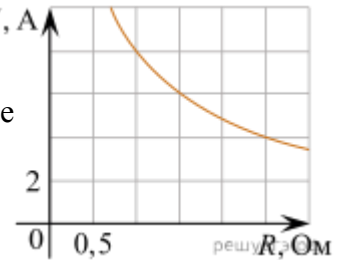
Письменная работа №2

Вариант 1

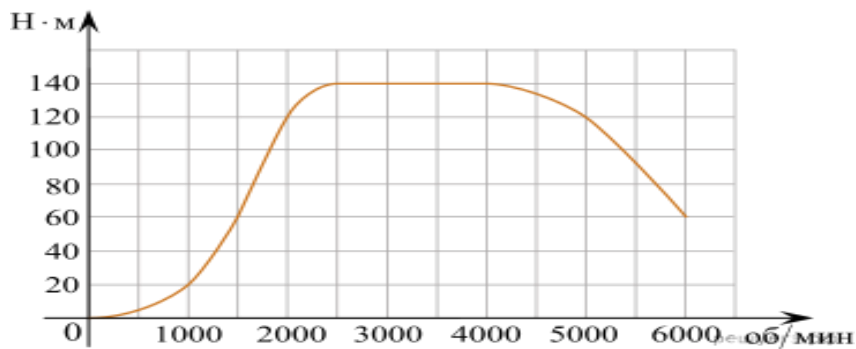
1. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в $\text{Н} \cdot \text{м}$. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



2. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 ампер. На сколько Ом при этом увеличилось сопротивление цепи?



3. На графике показана зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в $\text{Н} \cdot \text{м}$.

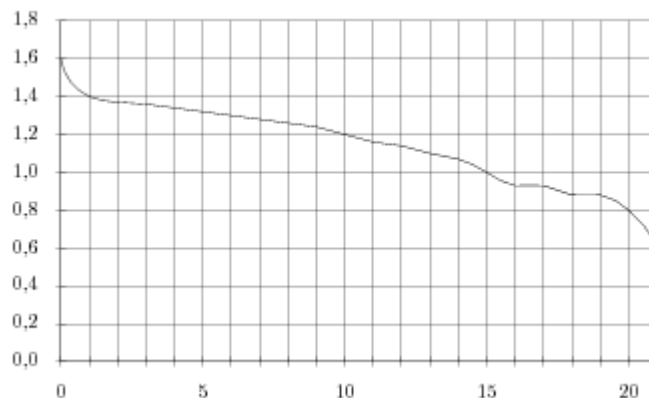


Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу количества оборотов двигателя характеристику зависимости крутящего момента двигателя на этом интервале.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА	ИНТЕРВАЛЫ ОБОРОТОВ
А) крутящий момент не менялся	1) 0 – 1500 об/мин.
Б) крутящий момент падал	2) 1500 – 2000 об/мин.
В) крутящий момент рос быстрее всего	3) 2500 – 4000 об/мин.
Г) крутящий момент не превышал $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$	4) 4000 – 6000 об/мин.

Вариант 2.

1. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.

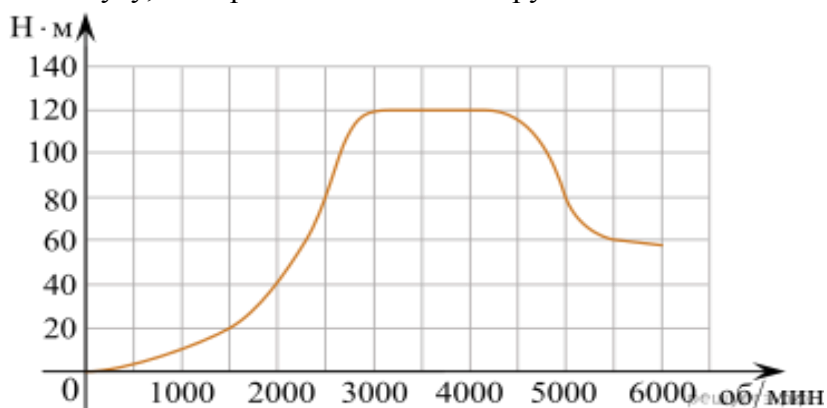


Определите по рисунку, на сколько вольт упадет напряжение за 15 часов работы фонарика.

2. На графике показано изменение температуры в зависимости от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля при температуре 10°C окружающего воздуха. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Когда температура достигает определённого значения, включается вентилятор, охлаждающий двигатель, и температура начинает понижаться. Определите по графику, сколько минут прошло от момента запуска двигателя до включения вентилятора?



3. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в $\text{H} \cdot \text{м}$.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу числа оборотов в минуту характеристику крутящего момента.

ИНТЕРВАЛЫ

- А) 0–2000 об./мин.
- Б) 2000–3000 об./мин.
- В) 3000–4000 об./мин.
- Г) 4000–6000 об./мин.

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) крутящий момент не меняется на всём интервале
- 2) при увеличении числа оборотов самый быстрый рост крутящего момента
- 3) крутящий момент не превышает $40 \text{ H} \cdot \text{м}$ на всём интервале
- 4) при увеличении числа оборотов крутящий момент падает

Критерий оценивания письменной работы № 2:

Одно задание выполнено правильно - оценка «удовлетворительно», два задания выполнено правильно - оценка «хорошо», три задания - оценка «отлично».

Ответы.

Вариант 1. 1. 2000; 2. 1,5; 3. 3421.

Вариант 2. 1. 0,6; 2. 8; 3. 3214.

Письменная работа № 3

Вариант 1	Вариант 2
Вычислить пределы	Вычислить пределы
1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x - 5x^2}{10x^2 + 3}$	1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 6x^3}{2x^3 + 3x^2 + 3}$
2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + x - 6}$	2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$
3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{10x}$
4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 3x^3}{x - 1}$	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x + 9}$

Критерий оценивания письменной работы № 3:

Все четыре задания выполнены верно - оценка «отлично»,

Три задания выполнены верно - оценка «хорошо», два задания - оценка «удовлетворительно».

Решение и ответы.

Вариант 1.

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x - 5x^2}{10x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{3x}{x^2} - \frac{5x^2}{x^2}}{\frac{10x^2}{x^2} + \frac{3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 5}{10 + \frac{3}{x^2}} = \frac{0 - 0 - 5}{10 + 0} = -\frac{1}{2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x(x + 3)}{(x + 3)(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x}{x - 2} = \frac{3}{5}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x}{3 \cdot 2x} = \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} = \frac{2}{3}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 3x^3}{x - 1} = \frac{1 + 3}{1 - 1} = \frac{4}{+0} = +\infty$$

Вариант 2.

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 6x^3}{2x^3 + 3x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^3} - \frac{6x^3}{x^3}}{\frac{2x^3}{x^3} + \frac{3x^2}{x^3} + \frac{3}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^3} - 6}{2 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^3}} = \frac{0 - 6}{2 + 0 + 0} = -3$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(x + 1)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x + 1) = -1$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{10x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2 \cdot 5x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = \frac{1}{2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x + 9} = \frac{3}{\infty} = 0$$

Письменная работа № 4

Вариант 1.	Вариант 2.
<p>1. Материальная точка движется прямолинейно по закону</p> $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ <p>(где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.</p> <p>2. Найти экстремумы функции</p> $y = \frac{x - 3}{x^2 + 16}$	<p>1. Материальная точка движется прямолинейно по закону</p> $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$ <p>(где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени $t = 6$ с.</p> <p>2. Найти экстремумы функции</p> $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 5$

Критерий оценивания письменной работы № 4:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично», допущены незначительные ошибки в вычислениях - оценка «хорошо», одно задание выполнено верно - оценка «удовлетворительно».

Решение и ответы:

Вариант 1.

1. Находим производную $v = x'(t) = (6t^2 - 48t + 17)' = 12t - 48$.

Подставляем заданное время $v = 12 \cdot 9 - 48 = 60 \text{ м/с}$.

Ответ: 60

2. Находим производную $y' = \left(\frac{x - 3}{x^2 + 16} \right)' = \frac{x^2 + 16 - (x - 3) \cdot 2x}{(x^2 + 16)^2} = \frac{-x^2 + 6x + 16}{(x^2 + 16)^2}$.

Решаем уравнение $\frac{-x^2 + 6x + 16}{(x^2 + 16)^2} = 0$. Получаем значения $x = 8$ и $x = -2$.

Определяем знак производной в интервалах и поведение функции:

	$(-\infty; -2)$	$x = -2$	$(-2; 8)$	$x = 8$	$(8; +\infty)$
y'	-	0	+	0	-
y	Убывает	Точка min	возрастает	Точка max	убывает

Ответ: $x = -2$ - точка минимума, $x = 8$ - точка максимума.

Вариант 2.

1. Находим производную $v = x'(t) = (\frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t)' = \frac{3}{2}t^2 - 6t + 2$.

Подставляем заданное время $v = \frac{3}{2} \cdot 36 - 36 + 2 = 20 \text{ м/с}$.

Ответ: 20

2. Находим производную $y' = (2x^2 - 5x + \ln x - 5)' = 4x - 5 + \frac{1}{x} = \frac{4x^2 - 5x + 1}{x}$.

Решаем уравнение $\frac{4x^2 - 5x + 1}{x} = 0$. Получаем значения $x = \frac{1}{4}$ и $x = 1$.

Определяем знак производной в интервалах и поведение функции:

	$(0; \frac{1}{4})$	$x = \frac{1}{4}$	$(\frac{1}{4}; 1)$	$x = 1$	$(1; +\infty)$
y'	+	0	-	0	+
y	возрастает	Точка max	Убывает	Точка min	возрастает

Ответ: $x = 1$ - точка минимума, $x = \frac{1}{4}$ - точка максимума.

Письменная работа № 5

Вариант 1

1. Найти неопределенный интеграл

а) $\int (2^x + \cos x) dx$ б) $\int (6x^2 - 4x + 3) dx$

2. Вычислить площади плоской фигуры, ограниченных линиями

$y = -x^2 + 4, y = 0$

3. Найти количество электричества, проходящего через поперечное сечение проводника за 20 с, если сила тока изменяется по закону $I(t) = 2t + 1$ (А).

Вариант 2

1. Найти неопределенный интеграл

а) $\int (\frac{1}{x} - \sin x) dx$ б) $\int (12x^5 - 3x^2 - 7) dx$

2. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями

$y = x^2 + 2x + 5, y = 5 - 2x$

3. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t)$ (м/с). Вычислить расстояние, пройденное телом за интервал времени от t_1 до t_2 , если $v(t) = 5t - 3, t_1 = 0, t_2 = 3$.

Критерий оценивания письменной работы № 5:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично»,

Выполнено два задания верно - оценка «хорошо», одно задание - оценка «удовлетворительно».

Решение и ответы.

Вариант 1.

$$1. \text{ а) } \int (2^x + \cos x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \sin x + C$$

$$\text{б) } \int (6x^2 - 4x + 3) dx = 2x^3 - 2x^2 + 3x + C$$

$$2. S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-2}^2 = -\frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} + 8 = \frac{32}{3} \text{ кв.ед.}$$

$$3. Q = \int_0^{20} (2t + 1) dt = (t^2 + t) \Big|_0^{20} = 400 + 20 = 420 \text{ (Кл).}$$

Вариант 2.

$$1. \text{ а) } \int \left(\frac{1}{x} - \sin x \right) dx = \ln|x| + \cos x + C$$

$$\text{б) } \int (12x^5 - 3x^2 - 7) dx = 2x^6 - x^3 - 7x + C$$

$$2. S = \int_{-4}^0 (-x^2 - 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right) \Big|_{-4}^0 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3} \text{ кв.ед.}$$

$$3. S = \int_0^3 (5t - 3) dt = \left(\frac{5}{2}t^2 - 3t \right) \Big|_0^3 = 22,5 - 9 = 13,5 \text{ (м).}$$

Тема 2.2 Обыкновенные дифференциальные уравнения**Письменная работа № 6**

Вариант -1	Вариант -2
Найти общее решение дифференциальных уравнений, если указаны начальные условия, найти частное решение.	Найти общее решение дифференциальных уравнений, если указаны начальные условия, найти частное решение.
1. $y' + \frac{\sin x}{\sin y} = 0$	1. $y' \sqrt{1 - x^2} = 1 + y^2$
2. $y'' = 4 \cos x - x + 5$	2. $y'' = e^x + \cos x - 2x^3$
3. $y'' - 2y' - 3y = 0, y(0) = 8, y'(0) = 0$	3. $y'' - 2y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = -1$

Критерий оценивания письменной работы № 6:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично»,

два задания выполнены верно - оценка «хорошо», одно задание - оценка «удовлетворительно».

Решение и ответы.**Вариант 1.**

1. $y' + \frac{\sin x}{\sin y} = 0$. Уравнение с разделяющимися переменными.

Разделим переменные:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\sin x}{\sin y}, \sin y dy = -\sin x dx.$$

Проинтегрируем $\int \sin y dy = -\int \sin x dx$, получим:

$-\cos y = \cos x - C$ или $\cos y = C - \cos x$ - общее решение дифференциального уравнения.

Ответ: $\cos y = C - \cos x$

2. Проинтегрируем уравнение два раза

$$y' = 4\sin x - \frac{1}{2}x^2 + 5x + C_1$$

$$y = -4\cos x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + C_1x + C_2 - \text{общее решение.}$$

Ответ: $y = -4\cos x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + C_1x + C_2$

3. $y'' - 2y' - 3y = 0$, $y(0) = 8$, $y'(0) = 0$.

Составим характеристическое уравнение $k^2 - 2k - 3 = 0$, находим корни $k_1 = -1, k_2 = 3$.

Общее решение имеет вид $y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x}$.

Подставляя начальные условия находим $C_1 = 6$, $C_2 = 2$.

Частное решение имеет вид $y = 6e^{-x} + 2e^{3x}$.

Ответ: $y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x}$, $y = 6e^{-x} + 2e^{3x}$.

Вариант 2.

1. $y'\sqrt{1-x^2} = 1 + y^2$. Уравнение с разделяющимися переменными.

Разделим переменные:

$$\frac{dy}{dx} \sqrt{1-x^2} = 1 + y^2, \frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Проинтегрируем $\int \frac{dy}{1+y^2} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$, получим:

$\arctg y = \arcsin x + C$ - общее решение дифференциального уравнения.

Ответ: $\arctg y = \arcsin x + C$

2. Проинтегрируем уравнение два раза

$$y' = e^x + \sin x - \frac{1}{2}x^4 + C_1$$

$$y = e^x - \cos x - \frac{1}{10}x^5 + C_1x + C_2 - \text{общее решение.}$$

Ответ: $y = e^x - \cos x - \frac{1}{10}x^5 + C_1x + C_2$

3. $y'' - 2y' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$

Составим характеристическое уравнение $k^2 - 2k = 0$, находим корни $k_1 = 0, k_2 = 2$.

Общее решение имеет вид $y = C_1 + C_2 \cdot e^{2x}$.

Подставляя начальные условия находим $C_1 = 0, C_2 = -\frac{1}{2}$.

Частное решение имеет вид $y = -\frac{1}{2}e^{2x}$.

Ответ: $y = C_1 + C_2 \cdot e^{2x}, y = -\frac{1}{2}e^{2x}$.

Тема 3.1 Основы теории вероятностей и математической статистики

Письменная работа № 7

Вариант 1

1. В ящике имеется 11 одинаковых шаров. Причем 4 из них окрашены в синий цвет, а остальные белые. Наудачу извлекают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них 2 синих.
2. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, зная закон ее распределения.

X	-2	2	3	4	7
P	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1

Вариант 2

1. В ящике 15 шаров: 7 синих и 8 желтых. Наудачу из ящика вынули один шар, а затем второй (не возвращая их обратно). Найти вероятность того, что первый из взятых шаров синий, а второй желтый.
2. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, зная ее закон распределения.

X	1	1,5	2	3	5
P	0,1	0,3	0,25	0,2	0,15

Критерий оценивания письменной работы № 7:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично», допущены незначительные ошибки в вычислениях - оценка «хорошо», одно задание выполнено верно - оценка «удовлетворительно».

Решение и ответы

Вариант 1

1. Обозначим A – событие, состоящее в том, что среди извлеченных 5 шаров 2 синих.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_4^2 \cdot C_7^3}{C_{11}^5} = \frac{210}{462} = \frac{35}{77}, \text{ где}$$

$$n = C_{11}^5 = \frac{11!}{5!(11-5)!} = \frac{11!}{5!6!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6!} = 462.$$

$$m = C_4^2 \cdot C_7^3 = \frac{4!}{2!(4-2)!} \cdot \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{4!}{2 \cdot 2} \cdot \frac{7!}{3!4!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{4 \cdot 3!} = 210.$$

2. Математическое ожидание равно сумме произведений всех возможных значений X на их вероятности:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = -2 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,3 + 7 \cdot 0,1 = 2,1.$$

Для вычисления дисперсии воспользуемся формулой:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2.$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 4 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,2 + 16 \cdot 0,3 + 49 \cdot 0,1 - (2,1)^2 = 13,1 - 4,41 = 8,69$$

Вариант 2

1. Событие A – первый взятый шар синий. Вероятность события A : $P(A) = \frac{7}{15}$.

Событие B – второй взятый шар желтый. Вероятность события B , вычисленная в

предположении, что первый шар синий (т.е. условная вероятность) равна: $P_A(B) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$.

Искомая вероятность по теореме умножения вероятностей зависимых событий равна:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B) = \frac{7}{15} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{15}.$$

2. Математическое ожидание равно сумме произведений всех возможных значений X на их вероятности:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = 1 \cdot 0,1 + 1,5 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,15 = 2,4.$$

Для вычисления дисперсии воспользуемся формулой:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2.$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 1^2 \cdot 0,1 + (1,5)^2 \cdot 0,3 + 2^2 \cdot 0,25 + 3^2 \cdot 0,2 + 5^2 \cdot 0,15 - (2,4)^2 = 0,1 + 0,675 + 1 + 1,8 + 3,75 - 5,76 = 1,565$$

Итоговый тест

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{5 - 4x^2}$

А	Б	В	Г
---	---	---	---

2/5	-1/2	0	∞
-----	------	---	----------

2. Найдите производную функции $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 5$.

А	Б	В	Г
$f'(x) = \frac{1}{6}x^3 - 1$	$f'(x) = \frac{1}{3}x^3 - 6$	$f'(x) = x - 1$	$f'(x) = x - 6$

3. Найти точку минимума функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

А	Б	В	Г
(1; 4)	(-1; -16)	(3; 0)	(-3; 0)

4. Вычислить неопределенный интеграл $\int \sin 3x dx$

А	Б	В	Г
$3\cos 3x + C$	$-3\cos 3x + C$	$\frac{1}{3}\cos 3x + C$	$-\frac{1}{3}\cos 3x + C$

5. Вычислить определенный интеграл $\int_2^3 5x^4 dx$

А	Б	В	Г
129	171	201	211

6. Указать дифференциальное уравнение второго порядка

А	Б	В	Г
$xy' - y = y^3$	$y''' = x - \sin x$	$y'' + (x^2 - 1)y' = 0$	$\frac{dy}{dx} = x^2$

7. Продолжить предложение: решением дифференциального уравнения является...

А	Б	В	Г
Пара чисел (x; y)	корень	функция	производная

8. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$.

А	Б	В	Г
-1	-5	-3	5

9. Маховик, задерживаемый тормозом, вращается по закону $f(t) = 4t - 0,25t^2$ (время t - в секундах, угол $\varphi(t)$ - в радианах). В какой момент времени он остановится?

А	Б	В	Г
16 секунд	8 секунд	10 секунд	20 секунд

10. Через поперечное сечение проводника в каждый момент времени t проходит заряд $q(t) = 5\sqrt{2t + 5}$ (q измеряется в кулонах, а t - в секундах). Найдите силу тока в момент времени $t=10$ с.

А	Б	В	Г
1 А	5 А	25 А	2,5 А

11. Найдите путь, который пройдет тело от начала движения до остановки, если его скорость $v(t) = 18t - 6t^2$

А	Б	В	Г
12 м	32 м	27 м	15 м

12. Сила тока в проводнике со временем изменяется по закону $i(t) = 4 + 2t$. Какое количество электричества пройдет через поперечное сечение проводника за время от 2-й до 6-й секунды?

А	Б	В	Г
24 Кл	48 Кл	12 Кл	46 Кл

13. Во время медицинского обследования кровяного давления у курсантов (в условиях учебной нагрузки) получены такие результаты:

112	114	116	118	120	122	124	126	128	130
5	20	30	40	40	30	20	10	3	2

Найдите среднее значение выборки.

А	Б	В	Г
119,42	119	120,2	122,24

14. В коробке лежат 10 деталей, из которых две бракованные. Механик для ремонта берет деталь не проверяя её. Найдите вероятность того, что ему не придется переделывать работу.

А	Б	В	Г
0,2	0,8	0,1	0,9

15. Вычислить $(-3 + 4i) \cdot i^2$.

А	Б	В	Г
$-3 + 4i$	$-3 - 4i$	$3 - 4i$	$3 + 4i$

16. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 9y = 0$

А	Б	В	Г
$y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$	$y = (C_1 + C_2 x)e^{3x}$	$y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{3x}$	$y = Cx e^{3x}$

Критерий оценивания теста:

За каждый правильный ответ дается один балл. Если студент набрал 8-10 баллов - оценка «удовлетворительно», 11-14 баллов - оценка «хорошо», 15-16 баллов - оценка «отлично».

Ответы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
В	Г	В	Г	Г	В	В	Г	Б	А	В	Б	А	Б	В	А

Вопросы для подготовки к зачету

1. Матрицы и действия над ними.
2. Определители 2-го и 3-го порядка. Методы их вычисления.
3. Понятие о системах линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).
4. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Исследование СЛАУ.
6. Понятие комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы.
7. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
8. Возведение комплексных чисел в степень (формула Муавра).
9. Понятие функции.
10. Основные характеристики функций.
11. Основные элементарные функции и их графики.
12. Понятие производной функции.
13. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.
14. Физический смысл производной. Нахождение скорости и ускорения движения точки.
15. Производная суммы нескольких функций.
16. Производная произведения двух функций.
17. Производная частного двух функций.
18. Правило вычисления производной сложных функций.
19. Таблица производных.
20. Производные высших порядков.
21. Необходимое и достаточные условия точки экстремума. Промежутки монотонности функции.
22. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Промежутки выпуклости (вогнутости) функции.
23. Асимптоты.
24. Общая схема исследования функции с помощью производной. Построение графиков.
25. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла.
26. Свойства неопределенного интеграла.
27. Основные методы интегрирования (непосредственное, подстановкой).
28. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
29. Геометрические приложения определенного интеграла. (вычисление площади, объема)
30. Дифференциальные уравнения. Основные понятия.
31. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными (определение и способ решения).
32. Дифференциальные уравнения высших порядков. ДУ второго порядка. Основные понятия
33. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
34. Понятие события и вероятность события.
35. Дискретная и непрерывная случайная величина.
36. Закон распределения и полигон распределения дискретной случайной величины.
37. Математическое ожидание дискретной случайной величины.
38. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ СРЕЗА ОСТАТОЧНЫХ ЗНАНИЙ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.01 МАТЕМАТИК

Задания 1-25 с одним правильным ответом.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$.
А) -5 Б) 5 В) -1 Г) -3
18. Какая из приведенных матриц имеет размерность 2x3?
А) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ Б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ В) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ Г) $(-5 \ 2 \ 3)$
19. Какая из приведенных матриц является единичной?
А) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ Б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ В) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ Г) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
20. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x + 1}{x^2 + 3}$.
А) 2 Б) 1 В) 1/3 Г) ∞
21. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.
А) 0 Б) 1 В) 4 Г) ∞
22. Найдите производную функции $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$.
А) $f'(x) = 6x - 2$ Б) $f'(x) = 3x + 4$ В) $f'(x) = 2x - 2$ Г) $f'(x) = 6x + 4$
23. Какая из данных функций является четной?
А) $y = x^3 + 4$ Б) $y = x^2 + 1$ В) $y = \sin x$ Г) $y = x^2 + x$
24. Найти производную функции $f(x) = 3e^{-2x}$ в точке $x = 0$.
А) 3 Б) -3 В) 1 Г) -6

25. Найдите производную функции $f(x) = \cos 3x$.
 А) $f'(x) = \sin 3x$ Б) $f'(x) = -\sin 3x$ В) $f'(x) = -3\sin 3x$ Г) $f'(x) = 3\sin 3x$
26. Тело движется прямолинейно по закону $s(t) = t^3 - 5t^2 + 4t$. Найти скорость тела через 5 секунд после начала движения.
 А) 29 Б) 20 В) 45 Г) 4
27. Найти точку максимума функции $f(x) = x^3 + 9x^2 + 12$.
 А) -6 Б) 0 В) 6 Г) не существует
28. Какая из перечисленных функций возрастает на всей числовой прямой?
 А) $y = x^2$ Б) $y = -x + 2$ В) $y = \cos x$ Г) $y = x^3 + 1$
29. Вычислить $5 + 3i - (4 - 2i)$.
 А) $1 + i$ Б) $1 + 5i$ В) 2 Г) $9 + 5i$
30. Дано комплексное число $z = 7 - 3i$. Чему равна действительная часть этого числа?
 А) 7 Б) 3 В) -3 Г) 4
31. Вычислить $(2 - 5i) \cdot 2i$.
 А) $10 + 4i$ Б) $-10 + 4i$ В) $10 - 4i$ Г) $-10 - 4i$
32. Найти неопределенный интеграл $\int 6x^2 dx$.
 А) $12x + C$ Б) $2x^3 + C$ В) $6x^3 + C$ Г) $3x + C$
33. Дана функция $F(x) = \ln x + 2x + 5$. Укажите, для какой из перечисленных функций $f(x)$, функция $F(x)$ является первообразной?
 А) $f(x) = \frac{1}{x} + 2$ Б) $f(x) = \frac{1}{x} + x^2 + 5x$ В) $f(x) = \frac{1}{x} + 5x$ Г) $f(x) = \ln x + x^2$
34. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 4x dx$
 А) 4 Б) -4 В) 2 Г) -2
35. Продолжить предложение: решением дифференциального уравнения является...
 А) Пара чисел $(x; y)$ Б) корень В) функция Г) производная
36. Дано дифференциальное уравнение $y' - 2\cos x = 0$. Какая из перечисленных функция является решением этого уравнения?
 А) $y = 2\cos x$ Б) $y = 2\sin x$ В) $y = -2\sin x$ Г) $y = -2\cos x$
37. Как определяется порядок дифференциального уравнения?

- А) наивысшим порядком неизвестной функции;
- Б) наивысшим порядком независимой переменной;
- В) наивысшим порядком производной, входящей в дифференциальное уравнение;
- Г) зависит от порядка функции и независимой переменной.

38. В коробке 5 синих, 4 красных и 3 зеленых карандаша. Наугад извлекаем один карандаш. Указать достоверное событие.

- А) извлечь черный карандаш; В) извлечь синий карандаш;
- Б) извлечь цветной карандаш; Г) извлечь синий или зеленый карандаш.

39. Какова вероятность, что при броске игрального кубика выпадет четное число очков?

- А) $\frac{1}{2}$ Б) $\frac{1}{6}$ В) $\frac{1}{3}$ Г) $\frac{2}{3}$

40. Сколько точек экстремума имеет функция $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$?

- А) одну точку Б) две точки
- В) ни одной точки Г) бесконечно много точек

41. На экзамене 50 вопросов. Игорь не знает ответ на 10 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется вопрос, на который он знает ответ?

- А) 0,2 Б) 5 В) 1,25 Г) 0,8

Задания 26-40 с несколькими правильными ответами.

42. Указать дифференциальное уравнение второго порядка

А) $xy' - y = y^2$ Б) $y'' = x - \sin x$

В) $y'' + (x^2 - 1)y' = 0$ Г) $\frac{dy}{dx} = x^2$

43. Решением каких систем являются числа (-1; 2; 3)?

А) $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + z = -1 \\ x + y - 3z = -8 \end{cases}$ Б) $\begin{cases} x - 3y + z = -3 \\ x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases}$

В) $\begin{cases} 3x + y + z = 2 \\ x - 3y - z = -10 \\ x + y + z = 4 \end{cases}$ Г) $\begin{cases} -x + y + 2z = 12 \\ x - y + 4z = 10 \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$

44. Какой из определителей равен -3 ?

А) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$

Б) $\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$

В) $\begin{vmatrix} 5 & -7 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$

Г) $\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$

45. У каких чисел мнимая часть равна 2?

А) $z = 2 - 2i$

Б) $z = 2 + i$

В) $z = 5 + 2i$

Г) $z = 7 + 2i$

46. У каких чисел главная часть аргумента равна 45° ?

А) $z = 3 + 3i$

Б) $z = -2 - 2i$

В) $z = 1 + i$

Г) $z = -3 - 3i$

47. Модуль каких чисел равен 5?

А) $z = 5 + i$

Б) $z = 5i$

В) $z = 3 + 4i$

Г) $z = 4 - 3i$

48. Какой предел равен 7?

А) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x}$

Б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^2 + 1}{2x^2 + 3}$

В) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x + 1}{x^2 + x}$

Г) $\lim_{x \rightarrow 2} (5x - 3)$

49. У каких из перечисленных функций область определения $x \in (0; +\infty)$?

А) $y = \sqrt{x}$

Б) $y = \ln x$

В) $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$

Г) $y = e^{\sqrt{x}}$

50. Какие из перечисленных функций возрастают на всей числовой прямой?

А) $y = x^3 + 2$

Б) $y = \arctg x$

В) $y = x^2 - 4$

Г) $y = x^5 + 5$

51. Какие из перечисленных функций не имеют точек экстремума?

А) $y = 3x^3 + 9$

Б) $y = \tg x$

В) $y = x^2 + 8$

Г) $y = x^4 + 4$

52. Укажите функции, производные которых равны при $x_0 = 1$

А) $y = 3x^3 + 9x - 10\pi$

Б) $y = -8 + 16x + x^2$

В) $y = 6x - 3e^x + 10$

Г) $y = \sqrt{2x^2 + 5}$

53. В каких задачах вероятность события равна 0,5?

А) Какова вероятность того, что при бросании монеты выпадет «орел»?

Б) Какова вероятность события, что при бросании игрального кубика выпадет четное число очков?

В) Имеется набор ручек: 3 синих, 10 красных и 7 зеленых. Случайным образом извлекаем одну. Какова вероятность, что ручка будет зеленого или синего цвета?

Г) В среднем из 200 корманных фонариков, поступивших в продажу, четыре неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправным.

54. Значение какого интеграла равно 1?

А) $\int_0^1 (3x^2 - 4x) dx$
 Б) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$
 В) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$
 Г) $\int_0^2 (x - \frac{1}{2}) dx$

55. Точка минимума какой функции равна 3?

А) $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 5$
 Б) $y = 4\sin x - 5$
 В) $y = \frac{1}{4}x^4 - 6 - 27x$
 Г) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 10$

56. К методам решения систем линейных уравнений относится:

- А) метод интервалов;
 Б) метод Крамера;
 В) метод Гаусса;
 Г) метод введения новых переменных.

Задания 41-50 на соответствие

41. Установить соответствие между функциями (1-4) и множествами их первообразных (А-Г)

1.	$y = \frac{4}{3}x^3$	А	$F(x) = \frac{x^4}{3} + C$
2.	$y = \frac{3}{x^2}$	Б	$F(x) = -\frac{3}{x} + C$
3.	$y = \frac{3}{4}$	В	$F(x) = \frac{1}{8x^2} + C$
4.	$y = -\frac{1}{4x^3}$	Г	$F(x) = \frac{3}{4}x + C$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

42. Установите соответствие между функцией (1-4) и областью определения (А-Г)

1.	$y = \sqrt{4-x}$	А	$(-\infty; 4)$
2.	$y = \lg(4-x)$	Б	$(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$
3.	$y = \frac{1}{4-x}$	В	$(-\infty; 3) \cup (3; 4)$
4.	$y = \frac{1}{\lg(4-x)}$	Г	$(-\infty; 4]$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

43. Установите соответствие между функциями (1-4) и их производными (А-Г)

- | | | | |
|----|--------------------------|---|------------------|
| 1. | $y = 2x^3 + 5x - 1$ | А | $y' = 2x^2$ |
| 2. | $y = \sin 2x$ | Б | $y' = 6x^2 + 5$ |
| 3. | $y = \cos 2x$ | В | $y' = -2\sin 2x$ |
| 4. | $y = \frac{2}{3}x^3 + 5$ | Г | $y' = 2\cos 2x$ |

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

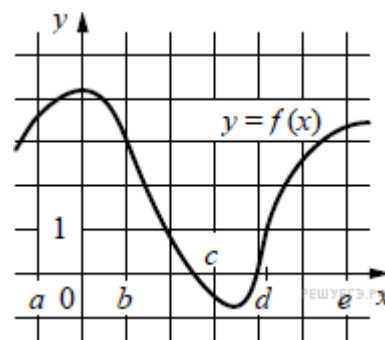
44. Установите соответствие между формулами, которые задают функции, и характеристиками этих функций.

ФОРМУЛЫ		ХАРАКТЕРИСТИКИ	
1.	$y = x^2 - 12x + 6$	А	Функция убывающая
2.	$y = 10x - 1$	Б	Функция возрастающая
3.	$y = 5 - 6x$	В	Функция имеет точку максимума
4.	$y = 16x - x^2$	Г	Функция имеет точку минимума

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

45. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Числа a, b, c, d и e задают на оси x четыре интервала. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу (1-4) характеристику функции или её производной (А-Г).



ИНТЕРВАЛЫ

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- | | |
|-----------|---|
| 1) (a; b) | А) производная отрицательна на всём интервале |
| 2) (b; c) | Б) производная положительна в начале интервала и отрицательна в конце интервала |
| 3) (c; d) | В) функция отрицательна в начале интервала и положительна в конце интервала |
| 4) (d; e) | Г) производная положительна на всём интервале |

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

46. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-3;3]$. Установить соответствие между свойствами функции $f(x)$ (1-4) и промежутками (А-Д).

Свойства функции	промежутки	
1. Функция возрастает на промежутке	А $[-2;1]$	
2. Функция убывает на промежутке	Б $[-3;-1]$	
3. Функция принимает неотрицательные значения на промежутке	В $[-3;-2] \cup [1;3]$	
4. Функция принимает неположительные значения на промежутке	Г $[-1;3]$	

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

47. Установите соответствие между определенным интегралом (1-4) и его значением (А-Г)

ИНТЕГРАЛЫ		ЗНАЧЕНИЕ ИНТГРАЛА	
1.	$\int_0^1 2x dx =$	А	-0,5

2.	$\int_0^2 (1 - 3x^2) dx =$	Б	-6
3.	$\int_{-1}^0 x dx =$	В	24
4.	$\int_1^3 6x dx =$	Г	1

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

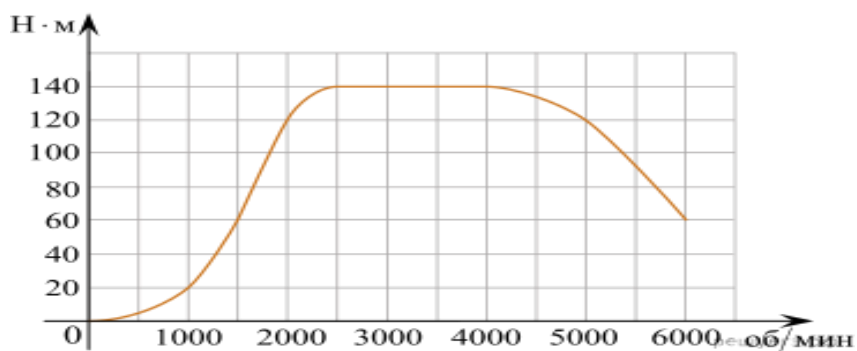
48. Установите соответствие между дифференциальным уравнением (1-4) и его общим решением(А-Г).

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ		ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ	
1.	$y'' + 3y' = 0$	А	$y = C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x$
2.	$y'' + 9y = 0$	Б	$y = (C_1 + C_2 x)e^{5x}$
3.	$y'' - 10y' + 25y = 0$	В	$y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$
4.	$y'' + 5y' + 6y = 0$	Г	$y = C_1 + C_2 e^{-3x}$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

49. На графике показана зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в Н · м.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу количества оборотов двигателя характеристику зависимости крутящего момента двигателя на этом интервале.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА

ИНТЕРВАЛЫ ОБОРОТОВ

А) крутящий момент не менялся

1) 0 – 1500 об/мин.

Б) крутящий момент падал

2) 1500 – 2000 об/мин.

В) крутящий момент рос быстрее всего

3) 2500 – 4000 об/мин.

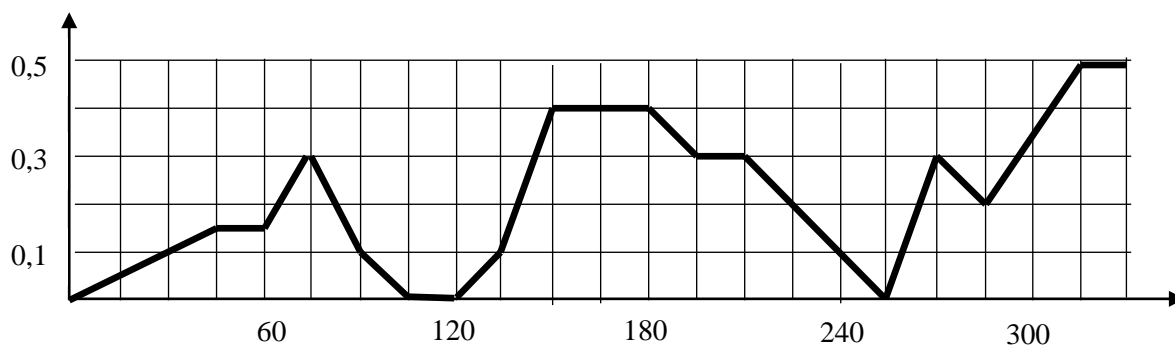
Г) крутящий момент не превышал 60 Н · м

4) 4000 – 6000 об/мин.

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

50. На рисунке изображен график скорости погружения батискафа. На вертикальной оси - скорость погружения батискафа в м/с, на горизонтальной - время в секундах.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику погружения на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 60-120 с	1) батискаф 30 секунд погружался с постоянной скоростью
Б) 120-180 с	2) скорость погружения не росла на всем интервале
В) 180-240 с	3) батискаф дважды увеличивал скорость после замедления движения
Г) 240-300 с	4) батискаф ровно 15 секунд не двигался

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г