

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«КЕРЧЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ МОРСКОЙ**  
**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**СУДОМЕХАНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ОП.01 Математические методы решения прикладных профессиональных**  
**задач**

программы подготовки специалистов среднего звена  
по специальности

**35.02.09 Водные биоресурсы и аквакультура**  
Форма обучения: очная

Керчь, 2023г.

Рабочая программа дисциплины «Математические методы решения прикладных профессиональных задач» разработана на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 35.02.09 Водные биоресурсы и аквакультура

Разработчик:

Преподаватель высшей категории

Т.В. Самойлова

Программа утверждена на заседании учебно-методического совета

Судомеханического техникума ФГБОУ ВО «КГМТУ»

Протокол № 6 от «10» февраля 2023 г.

## ***СОДЕРЖАНИЕ***

- 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
- 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ ОП.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

## 1.1. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы:

Учебная дисциплина «Математические методы решения прикладных профессиональных задач» является обязательной частью общепрофессионального цикла основной образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальности 35.02.09 Водные биоресурсы и аквакультура.

Учебная дисциплина «Математические методы решения прикладных профессиональных задач» обеспечивает формирование профессиональных и общих компетенций по всем видам деятельности ФГОС по специальности 35.02.09 Водные биоресурсы и аквакультура. Особое значение дисциплина имеет при формировании и развитии ОК 01, ОК 02, ПК 1.1-1.4, ПК 2.1-2.5, ПК 3.1 -3.4, ПК 4.1-4.4, ПК 5.1-5.2

## 1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4 ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2	– решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.	– значение математики в профессиональной деятельности и при освоении ОПОП; – основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности; – основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики; – основы интегрального и дифференциального исчисления.

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем в часах
<b>Объем образовательной программы учебной дисциплины</b>	<b>52</b>
в том числе:	
теоретическое обучение	18
практические занятия	30
Самостоятельная работа	4
<b>Промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачёта</b>	

## 2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем, акад. ч	Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы
Введение	<b>Содержание учебного материала:</b>	4	ОК 01, ОК 02
	Роль математики в современном мире. Основные этапы становления математики.		
<b>Раздел 1. Математический анализ и основы дискретной математики</b>		<b>16</b>	
<b>Тема 1.1</b> Дифференциальное и интегральное исчисление	<b>Содержание учебного материала</b>	8	ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4 ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2
	Функции одной переменной. Пределы. Непрерывность функций. Исследование функций на непрерывность. Производная. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл.		
	<b>В том числе, практических занятий</b>	6	
	<b>Практическое занятие № 1.</b> Вычисление пределов функций с использованием первого и второго замечательных пределов.	2	
	<b>Практическое занятие № 2.</b> Нахождение производных по алгоритму. Вычисление производной сложной функции. Нахождение частных производных.	2	
	<b>Практическое занятие № 3.</b> Интегрирование простейших функций. Вычисление простейших определенных интегралов. Решение прикладных задач.	2	
<b>Тема 1.2.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения в частных производных	<b>Содержание учебного материала</b>	5	ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4 ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2
	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения в частных производных. Ряды. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными; однородных дифференциальных уравнений первого порядка; линейных дифференциальных уравнений первого порядка; линейных однородных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение прикладных задач.		

	<b>В том числе, практических занятий</b>	4	
	<b>Практическое занятие № 4.</b> Решение простейших дифференциальных и линейных уравнений относительно частных производных.	2	
	<b>Практическое занятие № 5.</b> Определение сходимости рядов по признаку Даламбера. Определение сходимости знакопеременных рядов. Разложение функций в ряд Маклорена.	2	
<b>Тема 1.3. Множества и отношения. Свойства отношений. Операции над множествами. Основные понятия теории графов.</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Элементы и множества. Задание множеств. Операции над множествами. Свойства операций над множествами. Отношения. Свойства отношений. Графы. Основные определения. Элементы графов. Виды графов и операции над ними.	<b>3</b>	ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4 ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2
<b>Самостоятельная работа при изучении раздела 1</b> систематическая проработка конспектов занятий, учебной литературы (по вопросам к параграфам, главам учебных пособий, составленным преподавателем); подготовка к практическим занятиям с использованием методических рекомендаций преподавателя, оформление практических занятий, отчетов и подготовка к их защите; составление теста; нахождение производных сложных функций; решение задач, в том числе профессиональной направленности; нахождение неопределенных интегралов различными методами; вычисление определенных интегралов; решение обыкновенных дифференциальных уравнений; решение задачи профессиональной направленности с помощью дифференциального уравнения; исследование числовых рядов на сходимость; вычисление определенного интеграла по различным формулам. прямоугольников и трапеций.		<b>1</b>	
<b>Раздел 2. Основы теории вероятностей и математической статистики. Основные численные методы</b>		<b>12</b>	
<b>Тема 2.1. Теория множеств</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Понятие события и вероятности события. Достоверные невозможные	<b>3</b>	ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4

	события. Классическое определение вероятностей. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения случайной величины.		ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2
	<b>В том числе, практических занятий</b>	<b>2</b>	
	<b>Практическое занятие № 6.</b> Решение простейших задач на определение вероятности с использованием теоремы сложения вероятностей. Построение закона распределения дискретной случайной величины.	<b>2</b>	
<b>Тема 2.2. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>3</b>	ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4 ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2
	Математическое ожидание дискретной случайной величины. Дисперсия случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины		
	<b>В том числе, практических занятий</b>	<b>2</b>	
	<b>Практическое занятие № 7.</b> Нахождение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения дискретной случайной величины заданной законом распределения.	<b>2</b>	
<b>Тема 2.3. Численное интегрирование, дифференцирование, решение обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>6</b>	ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4 ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2
	Формулы прямоугольников. Формула трапеций. Формула Симпсона. Абсолютная погрешность при численном интегрировании. Численное дифференцирование. Формулы приближенного дифференцирования, основанные на интерполяционных формулах Ньютона. Погрешность в определении производной. Построение интегральной кривой. Метод Эйлера.		
	<b>В том числе, практических занятий</b>	<b>4</b>	
	<b>Практическое занятие № 8.</b> Вычисление интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и формуле Симпсона. Оценка погрешности	<b>2</b>	
	<b>Практическое занятие № 9.</b> Нахождение производных функции в точке $x$ по заданной таблично функции $y = f(x)$ методом численного дифференцирования. Нахождение значения функции с использованием метода Эйлера.	<b>2</b>	
<b>Самостоятельная работа при изучении раздела 2</b>		<b>1</b>	

<p>систематическая проработка конспектов занятий, учебной литературы (по вопросам к параграфам, главам учебных пособий, составленным преподавателем);  подготовка к практическим занятиям с использованием методических рекомендаций преподавателя, оформление практических занятий, отчетов и подготовка к их защите;  составление теста;  составление и решение задачи профессиональной направленности на составление закона распределения дискретной случайной величины;  решение задачи профессиональной направленности о непрерывной случайной величине, распределенной по нормальному закону;  решение задач на статистическую обработку результатов исследования (вычисление числовых характеристик выборки).</p>				
<b>Раздел 3. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии</b>		<b>8</b>		
<b>Тема 3.1. Матрицы, определители. Решение систем линейных уравнений.</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>5</b>	ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4 ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2	
	Матрицы, операции над ними. Определители матриц, их вычисление. Обратная матрица. Системы линейных уравнений с переменными. Решение систем линейных уравнений матричным и другими методами. Решение прикладных задач.			
	<b>В том числе, практических занятий</b>			4
	<b>Практическое занятие № 10.</b> Операции над матрицами и определителями.			2
	<b>Практическое занятие № 11.</b> Решение систем линейных уравнений матричным и другими методами.			2
<b>Тема 3.2. Векторы. Уравнение прямой. Системы линейных неравенств с двумя переменными</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>3</b>	ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4 ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2	
	Уравнение прямой, проходящей через данную точку с заданным нормальным вектором, общее уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и начальной ординатой. Пересечение двух прямых. Параллельность прямых. Линейные неравенства с двумя переменными. Системы линейных неравенств с двумя переменными. Область решения систем линейных неравенств с двумя переменными, ее вершины. Решение систем линейных неравенств с двумя переменными.			
	<b>В том числе, практических занятий</b>			2
	<b>Практическое занятие № 12</b> Операции над векторами. Уравнение прямой на плоскости. Решение систем линейных неравенств с двумя переменными.			2
	<b>Контрольная работа</b>			<b>2</b>

<b>Самостоятельная работа при изучении раздела 3</b> систематическая проработка конспектов занятий, учебной литературы (по вопросам к параграфам, главам учебных пособий, составленным преподавателем); подготовка к практическим занятиям с использованием методических рекомендаций преподавателя, оформление практических занятий, отчетов и подготовка к их защите; действия над матрицами; вычисление определителей; нахождение матрицы, обратной данной; составление системы линейных уравнений и её решение методами Крамера, Гаусса, а также матричным способом; составление уравнений прямой по заданным условиям; действия над векторами; нахождение точки пересечения прямых, вычисление угла между прямыми на плоскости.		<b>1</b>	
<b>Раздел 4. Линейное программирование</b>		<b>8</b>	
<b>Тема 4.1. Понятие и сущность линейного программирования. Моделирование задач линейного программирования. Решение простейших задач линейного программирования геометрическим методом</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Понятие и сущность линейного программирования. Задачи линейного программирования. План, целевая функция, система ограничений задач линейного программирования. Моделирование задач линейного программирования (задачи о планировании производства, выборе оптимальных технологий, транспортная задача и др.). Алгоритм геометрического метода решения задач линейного программирования. Различные случаи решения (единственный оптимальный план, бесконечное множество оптимальных планов, отсутствие оптимального плана). Решение задач линейного программирования геометрическим методом.	<b>3</b>	ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4 ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2
	<b>В том числе, практических занятий</b>	2	
	<b>Практическое занятие № 13.</b> Решение простейших задач линейного программирования геометрическим методом.	2	
<b>Тема 4.2. Автоматизированное решение задач линейной алгебры и линейного программирования</b>	<b>Содержание учебного материала</b> Компьютерная программа для математических расчетов: назначение, структура, приемы работы. Вычисления. Функции. Матрицы, операции над ними. Системы линейных уравнений. Задачи линейного программирования.	<b>5</b>	ОК 01, ОК 02 ПК 1.1-1.4 ПК 2.1-2.5 ПК 3.1 -3.4 ПК 4.1-4.4 ПК 5.1-5.2

	<b>В том числе, практических занятий</b>	4	
	<b>Практическое занятие № 14.</b> Вычисления, задание функций и нахождение их значений в точке.	2	
	<b>Практическое занятие № 15.</b> Операции над матрицами, решение систем линейных уравнений. Решение задач линейного программирования.	2	
	<b>Самостоятельная работа при изучении раздела 4</b> систематическая проработка конспектов занятий, учебной литературы (по вопросам к параграфам, главам учебных пособий, составленным преподавателем); подготовка к практическим занятиям с использованием методических рекомендаций преподавателя, оформление практических занятий, отчетов и подготовка к их защите; составление математической модели задачи линейного программирования; составление системы линейных неравенств с двумя переменными и её решение графическим методом; составление алгоритма решения задачи линейного программирования графическим методом; решение задачи линейного программирования на ПК; решение задачи линейного программирования профессиональной направленности графическим методом.	<b>1</b>	
	<b>Всего</b>	<b>52</b>	

### 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**3.1. Для реализации программы учебной дисциплины должны быть предусмотрены следующие специальные помещения:**

Кабинет «Математики», оснащенный оборудованием: посадочные места по количеству обучающихся, рабочее место преподавателя, доска классная, таблицы и плакаты, комплект учебно-наглядных пособий, чертежные инструменты, набор геометрических тел, компьютер с комплектом лицензионного программного обеспечения.

#### **3.2. Информационное обеспечение реализации программы**

Для реализации программы библиотечный фонд образовательной организации имеет печатные и (или) электронные образовательные и информационные ресурсы для использования в образовательном процессе. Список изданий представлен в Информационном обеспечении образовательной программы (приложение 5) к программе подготовки специалистов среднего звена.

### 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Результаты обучения</i>	<i>Критерии оценки</i>	<i>Методы оценки</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<b>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины</b>		
решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.	<ul style="list-style-type: none"><li>– вычислять матричным и другими методами задачи профессиональной направленности (например, расход корма, расход удобрений, количество выращенной рыбы и т. д.);</li><li>– решать графическим методом задачу линейного программирования профессиональной направленности (например, расход корма, расход удобрений, количество выращенной рыбы и т. д.);</li><li>– решать задачу профессиональной направленности с помощью дифференциального уравнения (например, моделирование и исследование динамики численности популяции рыб при различном планировании вылова)</li></ul>	Текущий контроль в форме устного и письменного опроса, тестирования, контрольной работы; выполнение практических занятий. Зачет.
<b>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>– значения математики в профессиональной деятельности и при освоении ОПОП;</li><li>– основных математических методов решения</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>– роль математики в профессиональной деятельности ихтиолога и рыбовода;</li><li>– основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;</li></ul>	Оценка результатов выполнения практических занятий; контрольной работы.

<p>прикладных задач в области профессиональной деятельности;</p> <p>– основных понятий и методов математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;</p> <p>– основ интегрального и дифференциального исчисления.</p>	<p>– понятия числовой последовательности, числовой функции, их пределов, числового ряда и последовательности его частичных сумм, непрерывности функции в точке и на промежутке, случайного события и его вероятности;</p> <p>– способы задания числовой последовательности, числовой функции, основные свойства</p>	<p>Зачет</p>
	<p>последовательностей и функций;</p> <p>— основные признаки исследования числовых знакочередующихся рядов на сходимость, теоремы о вероятности суммы и произведения событий;</p> <p>— различие понятия точек разрыва функции первого и второго рода;</p> <p>— основные операции над множествами, формулу полной вероятности события, понятие математического ожидания дискретной случайной величины, его свойства, понятие дисперсии и среднего квадратического отклонения дискретной случайной величины, основные понятия математической статистики, основные способы графической интерпретации выборки, числовые характеристики выборки;</p> <p>— примеры применения формулы Бернулли для вычисления вероятности, операций над дискретными случайными величинами;</p> <p>— понятия производной и первообразной функции, неопределенного и определенного интегралов;</p> <p>— геометрический и механический смысл производной функции и определенного интеграла;</p> <p>— метод исследования функции с помощью производной первого и</p>	

	<p>второго порядков, метод вычисления наибольшего (наименьшего) значения функции на данном отрезке, алгоритм полного исследования функции;</p> <p>— методы вычисления площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью определенных интегралов.</p>	
--	--	--

# **Приложение к рабочей программе дисциплины**

## **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине**

**ОП.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ  
ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ**

Специальность 35.02.09 Водные биоресурсы и аквакультура

## 1. Назначение фонда оценочных средств (ФОС) по дисциплине

ФОС по учебной дисциплине – это совокупность контрольных материалов, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимся установленных результатов обучения. ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Задачи ФОС:

- управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений;
- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины с выделением положительных/отрицательных результатов и планирование предупреждающих/корректирующих мероприятий;
- самоподготовка и самоконтроль обучающихся в процессе обучения.

## 2. Структура ФОС и применяемые методы оценки полученных знаний

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, устных опросов, текущего тематического тестирования, а также выполнения обучающимися домашних заданий

Материал считается усвоенным:

- с оценкой **«отлично»**, если курсант безошибочно выполняет 90-100% заданий работы;
- с оценкой **«хорошо»**, если в работе выполнено правильно от 70% заданий и выше с незначительными ошибками;
- с оценкой **«удовлетворительно»**, если решено правильно от 50 % до 69% заданий

## Применяемые методы оценки полученных знаний по разделам дисциплины

Тема	Экспресс опрос на лекциях по текущей теме (экспресс-тестирование)	Математический диктант	Письменная работа по теме	Итоговый тест	Промежуточная аттестация
<b>Раздел 1. Математический анализ и основы дискретной математики</b>					
Тема 1.1	+	+	+	+	Диф. зачет
Тема 1.2	+		+	+	Диф. зачет
Тема 1.3	+		+	+	Диф. зачет
<b>Раздел 2. Основы теории вероятностей и математической статистики. Основные численные методы</b>					
Тема 2.1	+		+	+	Диф. зачет
Тема 2.2		+		+	Диф. зачет

				+	
Тема 2.3		+		+	Диф. зачет
<b>Раздел 3. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии</b>					
Тема 3.1		+		+	Диф. зачет
Тема 3.2			+	+	Диф. зачет
<b>Раздел 4. Линейное программирование</b>					
Тема 4.1				+	Диф. зачет
Тема 4.2				+	Диф. зачет

### Входное тестирование

#### ВАРИАНТ 1

**1. Вычислить:**  $\sqrt{125} \cdot \sqrt[5]{32} - 5^{\frac{1}{2}}$

**А**  $11\sqrt{5}$      
**Б**  $10\sqrt{2} - \sqrt{5}$      
**В** 9     
**Г**  $9\sqrt{5}$      
**Д**  $\sqrt[10]{4000} - \sqrt{5}$

**2. Вычислить:**  $\frac{\sin 45^\circ \cos 15^\circ - \cos 45^\circ \sin 15^\circ}{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}$

**А** 1     
**Б** 1/2     
**В**  $\sqrt{3}/2$      
**Г**  $1/\sqrt{3}$      
**Д**  $\sqrt{3}$

**3. Выберите точку, через которую проходит график функции:**  
 $y=2^x+1$

**А** M(3;7)     
**Б** N(3;9)     
**В** K(4;8)     
**Г** P(4;9)

**4. Найти область определения функции:**  $y = \lg(16-x^2)$

**А**  $(-4;-2) \cup (-2;4)$      
**Б**  $(-2;4)$      
**В**  $(4;\infty)$      
**Г**  $(-4;4)$      
**Д**  $(-4;\infty)$

**5. Вычислить:**  $2 \log_5 25 + 3 \log_2 64$

**А** 8     
**Б** 12     
**В** 18     
**Г** 22

**6. Решить уравнение:**  $\operatorname{tg} 5x = -1$

**А**  $(-1)^n \pi/3 + 2\pi n$      
**Б**  $(-1)^n 2\pi/3 + 2\pi n$      
**В**  $-\pi/20 + \pi n/5$      
**Г**  $3\pi/20 + \pi n/5, n \in \mathbb{Z}$

**7. Вычислить предел:**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 3x^2 - 1}{3x^4 - 5x}$

**А** 2     
**Б** 3     
**В** 2/3     
**Г** 3/2     
**Д** -2/3

8. Найти первообразную функции  $f(x)$ , график которой проходит через точку  $M: f(x)=x^3+2, M(2;15)$

- |               |             |             |              |
|---------------|-------------|-------------|--------------|
| <b>А</b>      | <b>Б</b>    | <b>В</b>    | <b>Г</b>     |
| $1/4x^2+2x+7$ | $x^4+2x+15$ | $x^4+2x-15$ | другой ответ |

### ВАРИАНТ 2

1. Вычислить:  $0,1 \cdot \sqrt{20} : \sqrt{45} - 5 \frac{17}{30}$

- |          |          |          |          |              |
|----------|----------|----------|----------|--------------|
| <b>А</b> | <b>Б</b> | <b>В</b> | <b>Г</b> | <b>Д</b>     |
| -2,5     | -5,5     | -10      | 0        | другой ответ |

2. Упростить:  $\frac{\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}$

- |                 |                 |                               |                               |                               |
|-----------------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| <b>А</b>        | <b>Б</b>        | <b>В</b>                      | <b>Г</b>                      | <b>Д</b>                      |
| $2\sin 2\alpha$ | $2\cos 2\alpha$ | $\cos 2\alpha + \sin 2\alpha$ | $\cos 2\alpha - \sin 2\alpha$ | $\sin 2\alpha - \cos 2\alpha$ |

3. Выберите точку, через которую проходит график функции:  $y=(1/3)^x-1$

- |             |           |           |           |
|-------------|-----------|-----------|-----------|
| <b>А</b>    | <b>Б</b>  | <b>В</b>  | <b>Г</b>  |
| $K(-3;-10)$ | $M(-3;8)$ | $N(-2;5)$ | $P(-2;8)$ |

4. Найти область определения функции:  $y = \log_{1/3}(x^2-2x)$

- |          |                               |                                |          |
|----------|-------------------------------|--------------------------------|----------|
| <b>А</b> | <b>Б</b>                      | <b>В</b>                       | <b>Г</b> |
| $(0;2)$  | $(-\infty;0) \cup (2;\infty)$ | $(-\infty;-2) \cup (0;\infty)$ | $(-2;0)$ |

5. Вычислить:  $3 \log_7 49 - 5 \log_2 16$

- |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| <b>А</b> | <b>Б</b> | <b>В</b> | <b>Г</b> |
| -26      | -14      | 14       | 26       |

6. Решить уравнение:  $\sin x/2 = \sqrt{3}/2$

- |                         |                          |                     |                                       |
|-------------------------|--------------------------|---------------------|---------------------------------------|
| <b>А</b>                | <b>Б</b>                 | <b>В</b>            | <b>Г</b>                              |
| $(-1)^n \pi/3 + 2\pi n$ | $(-1)^n 2\pi/3 + 2\pi n$ | $-\pi/20 + \pi n/5$ | $3\pi/20 + \pi n/5, n \in \mathbb{Z}$ |

7. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

- |          |          |          |          |              |
|----------|----------|----------|----------|--------------|
| <b>А</b> | <b>Б</b> | <b>В</b> | <b>Г</b> | <b>Д</b>     |
| 1        | -1       | 0        | $\infty$ | другой ответ |

8. Найти первообразную функции  $f(x)$ , график которой проходит через точку  $M: f(x)=4x+1/x^2, M(1;4)$

- |              |              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>А</b>     | <b>Б</b>     | <b>В</b>     | <b>Г</b>     |
| $4x^2+1/x+4$ | $2x^2-1/x+1$ | $2x^2+1/x+4$ | другой ответ |

**Критерий оценивания теста:** За каждый правильный ответ дается один балл. Если курсант набрал 4-5 баллов - оценка «удовлетворительно», 6-7 баллов - оценка «хорошо», 8 баллов - оценка «отлично».

Ответы на тест

**Вариант 1**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>г</b>	<b>а</b>	<b>б</b>	<b>в</b>	<b>г</b>	<b>в</b>	<b>в</b>	<b>а</b>

**Вариант 2**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b>б</b>	<b>в</b>	<b>г</b>	<b>б</b>	<b>б</b>	<b>б</b>	<b>б</b>	<b>г</b>

**Оценочные материалы для проведения текущего контроля.**

**Экспресс опрос на лекциях по текущей теме (экспресс-тестирование).**

Вопросы	Рекомендуемое содержание ответа (источник)
<b>Тема 1.1</b>	
1. Дайте определение функции.	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
2. Что такое область определения и множество значений функции?	
3. Какие функции называются возрастающими, убывающими, монотонными?	
4. Какие функции называются периодическими?	
5. Назовите элементарные функции, приведите их графики.	
6. Дайте определение предела функции.	
7. Какие функции называются бесконечно малыми, какие бесконечно большими?	
8. Какие виды неопределенности вы знаете?	
9. Как раскрываются неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$	

и $\frac{0}{0}$ ?	
10. Напишите формулы первого замечательного предела.	
11. Напишите формулу второго замечательного предела.	
12. Что такое производная функции?	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
13. Рассказать правила дифференцирования и таблицу производных.	
14. В чем заключается механический и геометрический смысл производной?	
15. Пусть функция $Q(t)$ - количество электричества, проходящего через поперечное сечение проводника за время $t$ . Что найдем, взяв производную от этой функции?	
16. Рассказать правило нахождения производной сложной функции.	
17. Какие точки называются точками экстремума функции?	
18. Как найти экстремумы функции, интервалы выпуклости, вогнутости?	
19. Как найти точки перегиба, интервалы выпуклости, вогнутости графика функции?	
20. Приведите общую схему исследования функции и построения графика.	
21. Что называется первообразной?	
22. Дайте определение неопределенного интеграла.	
23. Перечислите свойства неопределенного интеграла.	
24. В чем заключается метод подстановки?	
25. Какая геометрическая задача приводит к понятию определенного интеграла?	
26. Назовите основные свойства определенного интеграла.	
27. Напишите формулу Ньютона-Лейбница.	
28. Как найти площадь плоской фигуры с помощью определенного интеграла?	
29. Каков физический смысл определенного интеграла?	
<b>Тема 1.2</b>	
1. Дайте определение дифференциального уравнения.	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса сост. И.

2. Что является решением дифференциального уравнения?	А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60	
3. Дайте понятие общего и частного решения ДУ.		
4. Сформулируйте задачу Коши. 5.		
6. Какие уравнения называются уравнениями с разделяющимися переменными?		
7. Дайте определение ДУ второго порядка.		
8. Расскажите о ДУ 2-го порядка, допускающих понижение порядка.		
9. Дайте определение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.		
10. Что такое характеристическое уравнение? Как оно составляется?		
11. Расскажите, как находится общее решение ЛОДУ 2 –го порядка с постоянными коэффициентами.		
<b>Тема 1.3</b>		
1. Дайте определение числового ряда		Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
2. Какой ряд называется сходящимся?		
3. Дайте определение знакочередующегося ряда		
4. Сформулируйте признак Лейбница для знакочередующихся рядов.		
5. Какой ряд называется степенным?		
6. Что такое радиус сходимости степенного ряда?		
7. Напишите формулу ряда Тейлора .		
8. Напишите формулу ряда Маклорена.		
9. Где применяются ряды?		
<b>Тема 2.1</b>		
1. Дайте определение события.	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60	
2. Какие события называются достоверными, невозможными, случайными?		
3. Приведите формулу и свойства классической вероятности.		
4. Дайте определение дискретной и непрерывной случайной величины.		
5. Что называется законом распределения		

случайной величины?	
6. Дайте определение и формулу вычисления математического ожидания дискретной случайной величины.	
7. Дайте определение и формулу вычисления дисперсии случайной величины.	

**Критерий оценивания экспресс- теста:** курсанту задается три вопроса. Если курсант отвечает на все вопросы четко и полно - оценка «отлично», если курсанту требуются незначительные подсказки, но видно, что он понял тему, ориентируется в формулах и понятиях - оценка «хорошо». Если из трех вопросов отвечает на один - оценка «удовлетворительно».

### Математический диктант

Тема 1.1	
Найти производную функции	Ответы
1. $y = -3x^2$	$-6x$
2. $y = 2\sqrt{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
3. $y = 3^x$	$3^x \ln 3$
4. $y = \sin x$	$\cos x$
5. $y = \cos x$	$-\sin x$
6. $y = \ln x$	$\frac{1}{x}$
7. $y = 3x^3 - 4x + 5$	$9x^2 - 4$
8. $y = \sin 3x$	$3\cos 3x$
9. $y = e^{-2x}$	$-2e^{-2x}$
10. $y = \sin^2 x$	$2\sin x \cdot \cos x$

**Критерий оценивания:** все 10 заданий выполнены верно - оценка «отлично», 7-9 заданий выполнены верно - оценка «хорошо», 5-6 - оценка «удовлетворительно».

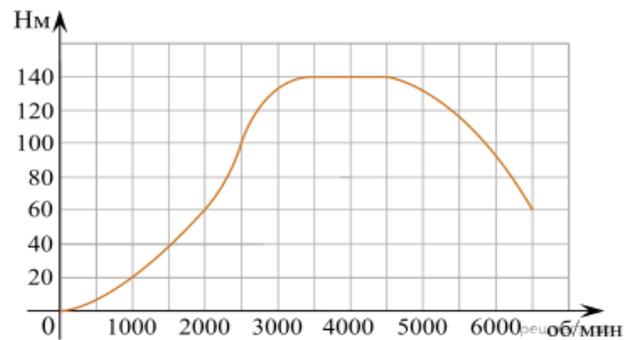
## Письменная работа по теме

### Тема 1.1

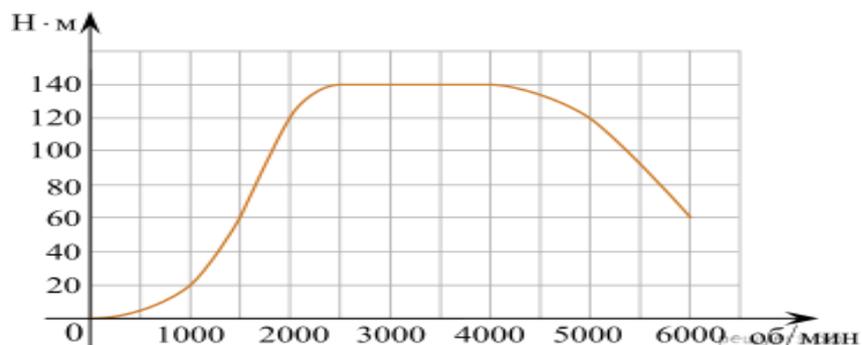
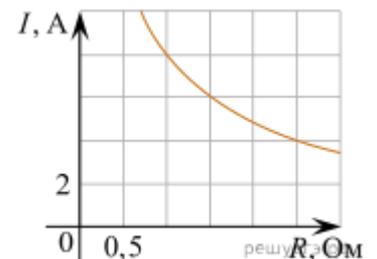
#### Письменная работа №1

#### Вариант 1

1. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в Н·м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее  $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



2. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 ампер. На сколько Ом при этом увеличилось сопротивление цепи?
3. На графике показана зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в Н·м.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу количества оборотов двигателя характеристику зависимости крутящего момента двигателя на этом интервале.

### ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА

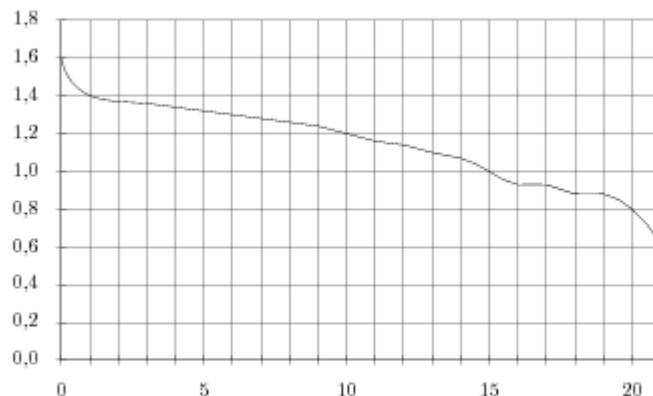
- А) крутящий момент не менялся
- Б) крутящий момент падал
- В) крутящий момент рос быстрее всего
- Г) крутящий момент не превышал  $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$

### ИНТЕРВАЛЫ ОБОРОТОВ

- 1)  $0 - 1500 \text{ об/мин.}$
- 2)  $1500 - 2000 \text{ об/мин.}$
- 3)  $2500 - 4000 \text{ об/мин.}$
- 4)  $4000 - 6000 \text{ об/мин.}$

### Вариант 2.

1. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.

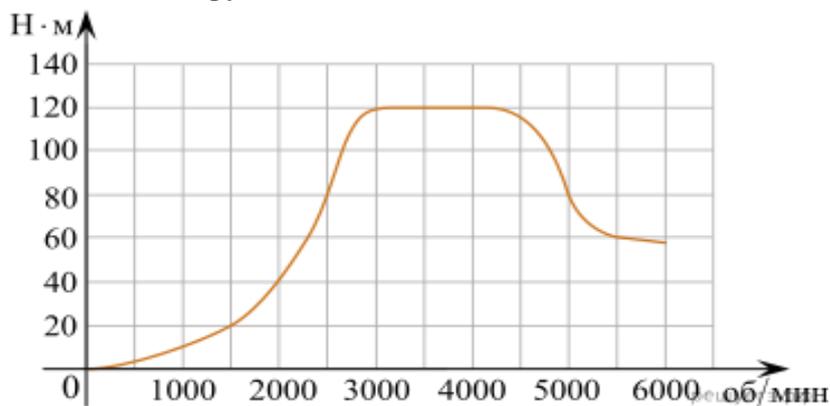


Определите по рисунку, на сколько вольт упадет напряжение за 15 часов работы фонарика.

2. На графике показано изменение температуры в зависимости от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля при температуре  $10^\circ\text{C}$  окружающего воздуха. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Когда температура достигает определённого значения, включается вентилятор, охлаждающий двигатель, и температура начинает понижаться. Определите по графику, сколько минут прошло от момента запуска двигателя до включения вентилятора?



3. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в  $\text{Н} \cdot \text{м}$ .



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу числа оборотов в минуту характеристику крутящего момента.

#### ИНТЕРВАЛЫ

- А) 0–2000 об./мин.
- Б) 2000–3000 об./мин.
- В) 3000–4000 об./мин.
- Г) 4000–6000 об./мин.

#### ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) крутящий момент не меняется на всём интервале
- 2) при увеличении числа оборотов самый быстрый рост крутящего момента
- 3) крутящий момент не превышает 40 Н·м на всём интервале
- 4) при увеличении числа оборотов крутящий момент падает

#### Критерий оценивания письменной работы № 1:

Одно задание выполнено правильно - оценка «удовлетворительно», два задания выполнено правильно - оценка «хорошо», три задания - оценка «отлично».

#### Ответы.

**Вариант 1.** 1. 2000; 2. 1,5; 3. 3421.

**Вариант 2.** 1. 0,6; 2. 8; 3. 3214.

#### Письменная работа № 2

Вариант 1	Вариант 2
Вычислить пределы	Вычислить пределы
1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x - 5x^2}{10x^2 + 3}$	1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 6x^3}{2x^3 + 3x^2 + 3}$
2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + x - 6}$	2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$
3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{10x}$
4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 3x^3}{x - 1}$	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x + 9}$

#### Критерий оценивания письменной работы № 2:

Все четыре задания выполнены верно - оценка «отлично»,

Три задания выполнены верно - оценка «хорошо», два задания - оценка «удовлетворительно».

#### Решение и ответы.

##### Вариант 1.

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x - 5x^2}{10x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{3x}{x^2} - \frac{5x^2}{x^2}}{\frac{10x^2}{x^2} + \frac{3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 5}{10 + \frac{3}{x^2}} = \frac{0 - 0 - 5}{10 + 0} = -\frac{1}{2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x(x + 3)}{(x + 3)(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x}{x - 2} = \frac{3}{5}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x}{3 \cdot 2x} = \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} = \frac{2}{3}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 3x^3}{x - 1} = \frac{1 + 3}{1 - 1} = \frac{4}{+0} = +\infty$$

### Вариант 2.

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 6x^3}{2x^3 + 3x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^3} - \frac{6x^3}{x^3}}{\frac{2x^3}{x^3} + \frac{3x^2}{x^3} + \frac{3}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^3} - 6}{2 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^3}} = \frac{0 - 6}{2 + 0 + 0} = -3$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(x + 1)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x + 1) = -1$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{10x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2 \cdot 5x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = \frac{1}{2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x + 9} = \frac{3}{\infty} = 0$$

### Письменная работа № 3

Вариант 1.	Вариант 2.
<p>1. Материальная точка движется прямолинейно по закону</p> $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ <p>(где <math>x</math> — расстояние от точки отсчета в метрах, <math>t</math> — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени <math>t = 9</math> с.</p> <p>2. Найти экстремумы функции</p> $y = \frac{x - 3}{x^2 + 16}$	<p>1. Материальная точка движется прямолинейно по закону</p> $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$ <p>(где <math>x</math> — расстояние от точки отсчета в метрах, <math>t</math> — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени <math>t = 6</math> с.</p> <p>2. Найти экстремумы функции</p> $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 5$

### Критерий оценивания письменной работы № 3:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично», допущены незначительные ошибки в вычислениях - оценка «хорошо», одно задание выполнено верно - оценка «удовлетворительно».

**Решение и ответы:****Вариант 1.**

1. Находим производную  $v = x'(t) = (6t^2 - 48t + 17)' = 12t - 48$ .

Подставляем заданное время  $v = 12 \cdot 9 - 48 = 60 \text{ м/с}$ .

Ответ: 60

2. Находим производную

$$y' = \left( \frac{x-3}{x^2+16} \right)' = \frac{x^2+16 - (x-3) \cdot 2x}{(x^2+16)^2} = \frac{-x^2+6x+16}{(x^2+16)^2}.$$

Решаем уравнение  $\frac{-x^2+6x+16}{(x^2+16)^2} = 0$ . Получаем значения  $x = 8$  и  $x = -2$ .

Определяем знак производной в интервалах и поведение функции:

	$(-\infty; -2)$	$x = -2$	$(-2; 8)$	$x = 8$	$(8; +\infty)$
$y'$	-	0	+	0	-
$y$	Убывает	Точка min	возрастает	Точка max	убывает

Ответ:  $x = -2$  - точка минимума,  $x = 8$  - точка максимума.

**Вариант 2.**

1. Находим производную  $v = x'(t) = \left( \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t \right)' = \frac{3}{2}t^2 - 6t + 2$ .

Подставляем заданное время  $v = \frac{3}{2} \cdot 36 - 36 + 2 = 20 \text{ м/с}$ .

Ответ: 20

2. Находим производную  $y' = \left( 2x^2 - 5x + \ln x - 5 \right)' = 4x - 5 + \frac{1}{x} = \frac{4x^2 - 5x + 1}{x}$ .

Решаем уравнение  $\frac{4x^2 - 5x + 1}{x} = 0$ . Получаем значения  $x = \frac{1}{4}$  и  $x = 1$ .

Определяем знак производной в интервалах и поведение функции:

	$(0; \frac{1}{4})$	$x = \frac{1}{4}$	$(\frac{1}{4}; 1)$	$x = 1$	$(1; +\infty)$
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	возрастает	Точка max	Убывает	Точка min	возрастает

Ответ:  $x = 1$  - точка минимума,  $x = \frac{1}{4}$  - точка максимума.

## Письменная работа № 4

### Вариант 1

1. Найти неопределенный интеграл

а)  $\int (2^x + \cos x) dx$       б)  $\int (6x^2 - 4x + 3) dx$

2. Вычислить площади плоской фигуры, ограниченных линиями

$$y = -x^2 + 4, y = 0$$

3. Найти количество электричества, проходящего через поперечное сечение проводника за 20 с, если сила тока изменяется по закону  $I(t) = 2t + 1$  (А).

### Вариант 2

1. Найти неопределенный интеграл

а)  $\int \left(\frac{1}{x} - \sin x\right) dx$       б)  $\int (12x^5 - 3x^2 - 7) dx$

2. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями

$$y = x^2 + 2x + 5, y = 5 - 2x$$

3. Тело движется прямолинейно со скоростью  $v(t)$  (м/с). Вычислить расстояние, пройденное телом за интервал времени от  $t_1$  до  $t_2$ , если  $v(t) = 5t - 3, t_1 = 0, t_2 = 3$ .

### Критерий оценивания письменной работы № 4:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично»,

Выполнено два задания верно - оценка «хорошо», одно задание - оценка «удовлетворительно».

### Решение и ответы.

#### Вариант 1.

1. а)  $\int (2^x + \cos x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \sin x + C$

б)  $\int (6x^2 - 4x + 3) dx = 2x^3 - 2x^2 + 3x + C$

2.  $S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 4x\right) \Big|_{-2}^2 = -\frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} + 8 = \frac{32}{3}$  кв.ед.

3.  $Q = \int_0^{20} (2t + 1) dt = (t^2 + t) \Big|_0^{20} = 400 + 20 = 420$  (Кл).

#### Вариант 2.

$$1. \text{ a) } \int \left( \frac{1}{x} - \sin x \right) dx = \ln|x| + \cos x + C$$

$$\text{б) } \int (12x^5 - 3x^2 - 7) dx = 2x^6 - x^3 - 7x + C$$

$$2. S = \int_{-4}^0 (-x^2 - 4x) dx = \left( -\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right) \Big|_{-4}^0 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3} \text{ кв.ед.}$$

$$3. S = \int_0^3 (5t - 3) dt = \left( \frac{5}{2}t^2 - 3t \right) \Big|_0^3 = 22,5 - 9 = 13,5 \text{ (м).}$$

## Тема 1.2

### Письменная работа № 6

Вариант -1	Вариант -2
<p>Найти общее решение дифференциальных уравнений, если указаны начальные условия, найти частное решение.</p>	<p>Найти общее решение дифференциальных уравнений, если указаны начальные условия, найти частное решение.</p>
1. $y' + \frac{\sin x}{\sin y} = 0$	1. $y' \sqrt{1-x^2} = 1 + y^2$
2. $y'' = 4 \cos x - x + 5$	2. $y'' = e^x + \cos x - 2x^3$
3. $y'' - 2y' - 3y = 0, y(0) = 8, y'(0) = 0$	3. $y'' - 2y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = -1$

### Критерий оценивания письменной работы № 6:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично»,  
 два задания выполнены верно - оценка «хорошо», одно задание - оценка «удовлетворительно».

### Решение и ответы.

#### Вариант 1.

$$1. y' + \frac{\sin x}{\sin y} = 0. \text{ Уравнение с разделяющимися переменными.}$$

Разделим переменные:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\sin x}{\sin y}, \sin y dy = -\sin x dx.$$

Проинтегрируем  $\int \sin y dy = -\int \sin x dx$ , получим:

$-\cos y = \cos x - C$  или  $\cos y = C - \cos x$  - общее решение дифференциального уравнения.

Ответ:  $\cos y = C - \cos x$

2. Проинтегрируем уравнение два раза

$$y' = 4 \sin x - \frac{1}{2}x^2 + 5x + C_1$$

$$y = -4 \cos x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + C_1x + C_2 - \text{общее решение.}$$

$$\text{Ответ: } y = -4 \cos x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + C_1x + C_2$$

$$3. \quad y'' - 2y' - 3y = 0, \quad y(0) = 8, y'(0) = 0.$$

Составим характеристическое уравнение  $k^2 - 2k - 3 = 0$ , находим корни  $k_1 = -1, k_2 = 3$ .

Общее решение имеет вид  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x}$ .

Подставляя начальные условия находим  $C_1 = 6, C_2 = 2$ .

Частное решение имеет вид  $y = 6e^{-x} + 2e^{3x}$ .

$$\text{Ответ: } y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x}, \quad y = 6e^{-x} + 2e^{3x}.$$

### Вариант 2.

$$1. \quad y' \sqrt{1-x^2} = 1 + y^2. \text{ Уравнение с разделяющимися переменными.}$$

Разделим переменные:

$$\frac{dy}{dx} \sqrt{1-x^2} = 1 + y^2, \quad \frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Проинтегрируем  $\int \frac{dy}{1+y^2} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ , получим:

$\arctg y = \arcsin x + C$  - общее решение дифференциального уравнения.

$$\text{Ответ: } \arctg y = \arcsin x + C$$

2. Проинтегрируем уравнение два раза

$$y' = e^x + \sin x - \frac{1}{2}x^4 + C_1$$

$$y = e^x - \cos x - \frac{1}{10}x^5 + C_1x + C_2 - \text{общее решение.}$$

$$\text{Ответ: } y = e^x - \cos x - \frac{1}{10}x^5 + C_1x + C_2$$

$$3. \quad y'' - 2y' = 0, \quad y(0) = 0, y'(0) = -1$$

Составим характеристическое уравнение  $k^2 - 2k = 0$ , находим корни  $k_1 = 0, k_2 = 2$ .

Общее решение имеет вид  $y = C_1 + C_2 \cdot e^{2x}$ .

Подставляя начальные условия находим  $C_1 = 0, C_2 = -\frac{1}{2}$ .

Частное решение имеет вид  $y = -\frac{1}{2}e^{2x}$ .

Ответ:  $y = C_1 + C_2 \cdot e^{2x}$ ,  $y = -\frac{1}{2}e^{2x}$ .

**Тема 1.3 (письменная работа № 7)**

Вариант 1	Вариант 2
Вычислить с точностью 0,001, используя ряд Маклорена	Вычислить с точностью 0,001, используя ряд Маклорена
а) $e^{-2}$ б) $\int_0^1 \sin(x^2) dx$	а) $\sqrt[3]{10}$ б) $\int_0^{0.4} e^{-x^2} dx$

**Критерий оценивания письменной работы № 7:**

Все задания выполнены верно - оценка «отлично», допущены незначительные ошибки в вычислениях - оценка «хорошо», одно задание выполнено верно - оценка «удовлетворительно».

**Решение и ответы.**

**Вариант 1.**

1.  $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$

$$e^{-2} = 1 + \frac{-2}{1!} + \frac{(-2)^2}{2!} + \frac{(-2)^3}{3!} + \frac{(-2)^4}{4!} + \dots = 1 - 2 + 2 - \frac{8}{6} + \frac{16}{24} - \frac{32}{120} + \frac{64}{720} - \frac{128}{5040} + \dots = 1 - 1,333 + 0,667 - 0,267 + 0,089 - 0,025 + 0,006 - \dots \approx 0,137$$

Ответ: 0,137

2. Разложим подынтегральную функцию в ряд и проинтегрируем

$$\int_0^1 \sin(x^2) dx = \int_0^1 \left( x^2 - \frac{x^6}{6} + \frac{x^{10}}{120} - \frac{x^{14}}{5040} + \dots \right) dx = \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^7}{42} + \frac{x^{11}}{11 \cdot 120} - \dots \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{42} + \frac{1}{1320} - \dots \approx 0,326$$

Ответ: 0,326

**Вариант 2.**

1. Разложим функцию  $y = \sqrt[3]{1+x}$  в ряд Маклорена, используя биномиальный ряд:

$$\sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}} = 1 + \frac{\frac{1}{3}}{1!}x + \frac{\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-1)}{2!}x^2 + \frac{\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-1)(\frac{1}{3}-2)}{3!}x^3 + \dots =$$

$$= 1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 + \frac{5}{81}x^3 - \frac{10}{243}x^4 + \dots$$

$$\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{8+2} = \sqrt[3]{8(1+0,25)} = 2(1+0,25)^{\frac{1}{3}} = 2\left(1 + \frac{1}{3}0,25 - \frac{1}{9}(0,25)^2 + \frac{5}{81}(0,25)^3 - \frac{10}{243}(0,25)^4 + \dots\right) = 2(1 + 0,0833 - 0,0069 + 0,00096) \approx 2,1547$$

Ответ: 2,1547

2. Разложим подынтегральную функцию в ряд и проинтегрируем

$$\int_0^{0,4} e^{-x^2} dx = \int_0^{0,4} \left(1 - \frac{x^2}{1} + \frac{x^4}{2} - \frac{x^6}{6} + \frac{x^8}{24} + \dots\right) dx = \left(x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10} - \frac{x^7}{42} + \dots\right) \Big|_0^{0,4} =$$

$$= 0,4 - \frac{0,064}{3} + \frac{0,01024}{10} - \frac{0,0016384}{42} - \dots \approx 0,4 - 0,0213 + 0,00004 \approx 0,379$$

Ответ: 0,379

## Тема 2.1

### Письменная работа № 8

#### Вариант 1

1. В ящике имеется 11 одинаковых шаров. Причем 4 из них окрашены в синий цвет, а остальные белые. Наудачу извлекают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них 2 синих.
2. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, зная закон ее распределения.

$X$	-2	2	3	4	7
$P$	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1

### Вариант 2

1. В ящике 15 шаров: 7 синих и 8 желтых. Наудачу из ящика вынули один шар, а затем второй (не возвращая их обратно). Найти вероятность того, что первый из взятых шаров синий, а второй желтый.
2. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, зная ее закон распределения.

X	1	1,5	2	3	5
P	0,1	0,3	0,25	0,2	0,15

### Критерий оценивания письменной работы № 8:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично», допущены незначительные ошибки в вычислениях - оценка «хорошо», одно задание выполнено верно - оценка «удовлетворительно».

### Решение и ответы

#### Вариант 1

1. Обозначим  $A$  – событие, состоящее в том, что среди извлеченных 5 шаров 2 синих.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_4^2 \cdot C_7^3}{C_{11}^5} = \frac{210}{462} = \frac{35}{77}, \text{ где}$$

$$n = C_{11}^5 = \frac{11!}{5!(11-5)!} = \frac{11!}{5!6!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6!} = 462.$$

$$m = C_4^2 \cdot C_7^3 = \frac{4!}{2!(4-2)!} \cdot \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{4!}{2 \cdot 2} \cdot \frac{7!}{3!4!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{4 \cdot 3!} = 210.$$

2. Математическое ожидание равно сумме произведений всех возможных значений  $X$  на их вероятности:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = -2 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,3 + 7 \cdot 0,1 = 2,1.$$

Для вычисления дисперсии воспользуемся формулой:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2.$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 4 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,2 + 16 \cdot 0,3 + 49 \cdot 0,1 - (2,1)^2 = 13,1 - 4,41 = 8,69$$

#### Вариант 2

1. Событие  $A$  – первый взятый шар синий. Вероятность события  $A$ :  $P(A) = \frac{7}{15}$ .

Событие  $B$  – второй взятый шар желтый. Вероятность события  $B$ , вычисленная в предположении, что первый шар синий (т.е. условная вероятность) равна:

$$P_A(B) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}.$$

Искомая вероятность по теореме умножения вероятностей зависимых событий равна:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B) = \frac{7}{15} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{15}.$$

2. Математическое ожидание равно сумме произведений всех возможных значений  $X$  на их вероятности:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = 1 \cdot 0,1 + 1,5 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,15 = 2,4.$$

Для вычисления дисперсии воспользуемся формулой:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2.$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 1^2 \cdot 0,1 + (1,5)^2 \cdot 0,3 + 2^2 \cdot 0,25 + 3^2 \cdot 0,2 + 5^2 \cdot 0,15 - (2,4)^2 = 0,1 + 0,675 + 1 + 1,8 + 3,75 - 5,76 = 1,565$$

### Итоговый тест

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{5 - 4x^2}$

А	Б	В	Г
$\frac{2}{5}$	$-1/2$	0	$\infty$

2. Найдите производную функции  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 5$ .

А	Б	В	Г
$f'(x) = \frac{1}{6}x^3 - 1$	$f'(x) = \frac{1}{3}x^3 - 6$	$f'(x) = x - 1$	$f'(x) = x - 6$

3. Найти точку минимума функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

А	Б	В	Г
(1; 4)	(-1; -16)	(3; 0)	(-3; 0)

4. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \sin 3x dx$

А	Б	В	Г
$3\cos 3x + C$	$-3\cos 3x + C$	$\frac{1}{3}\cos 3x + C$	$-\frac{1}{3}\cos 3x + C$

5. Вычислить определенный интеграл  $\int_2^3 5x^4 dx$

А	Б	В	Г
129	171	201	211

6. Указать дифференциальное уравнение второго порядка

А	Б	В	Г
$xy' - y = y^3$	$y''' = x - \sin x$	$y'' + (x^2 - 1)y' = 0$	$\frac{dy}{dx} = x^2$

7. Продолжить предложение: решением дифференциального уравнения является...

А	Б	В	Г
Пара чисел ( $x; y$ )	корень	функция	производная

8. Вычислить с помощью ряда Маклорена интеграл  $\int_0^{0,25} e^{-x^2} dx$  с точностью 0,001

А	Б	В	Г
0,25	0,351	0,2448	0,324

9. Маховик, задерживаемый тормозом, вращается по закону  $f(t) = 4t - 0,25t^2$  (время  $t$  - в секундах, угол  $\varphi(t)$  - в радианах). В какой момент времени он остановится?

А	Б	В	Г
16 секунд	8 секунд	10 секунд	20 секунд

10. Через поперечное сечение проводника в каждый момент времени  $t$  проходит заряд  $q(t) = 5\sqrt{2t + 5}$  ( $q$  измеряется в кулонах, а  $t$  - в секундах). Найдите силу тока в момент времени  $t=10$  с.

А	Б	В	Г
1 А	5 А	25 А	2,5 А

11. Найдите путь, который пройдет тело от начала движения до остановки, если его скорость  $v(t) = 18t - 6t^2$

А	Б	В	Г
12 м	32 м	27 м	15 м

12. Сила тока в проводнике со временем изменяется по закону  $i(t) = 4 + 2t$ . Какое количество электричества пройдет через поперечное сечение проводника за время от 2-й до 6-й секунды?

А	Б	В	Г
24 Кл	48 Кл	12 Кл	46 Кл

13. Во время медицинского обследования кровяного давления у курсантов (в условиях учебной нагрузки) получены такие результаты:

112	114	116	118	120	122	124	126	128	130
5	20	30	40	40	30	20	10	3	2

Найдите среднее значение выборки.

А	Б	В	Г
119,42	119	120,2	122,24

14. В коробке лежат 10 деталей, из которых две бракованные. Механик для ремонта берет деталь не проверяя её. Найдите вероятность того, что ему не придется переделывать работу.

А	Б	В	Г
0,2	0,8	0,1	0,9

15. Какой числовой ряд можно исследовать по признаку Лейбница?

А	Б	В	Г
Все числовые ряды	положительные	знакопередающиеся	степенные

16. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 9y = 0$

А	Б	В	Г
$y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$	$y = (C_1 + C_2 x)e^{3x}$	$y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{3x}$	$y = Cx e^{3x}$

#### Критерий оценивания теста:

За каждый правильный ответ дается один балл. Если студент набрал 8-10 баллов - оценка «удовлетворительно», 11-14 баллов - оценка «хорошо», 15-16 баллов - оценка «отлично».

#### Ответы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
В	Г	В	Г	Г	В	В	Г	Б	А	В	Б	А	Б	В	А

#### Вопросы для подготовки к зачету

1. Понятие функции.
2. Основные характеристики функций.
3. Основные элементарные функции и их графики.
4. Понятие производной функции.
5. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.
6. Физический смысл производной. Нахождение скорости и ускорения движения точки.
7. Производная суммы нескольких функций.

8. Производная произведения двух функций.
9. Производная частного двух функций.
10. Правило вычисления производной сложных функций.
11. Таблица производных.
12. Производные высших порядков.
13. Необходимое и достаточные условия точки экстремума. Промежутки монотонности функции.
14. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Промежутки выпуклости (вогнутости) функции.
15. Асимптоты.
16. Общая схема исследования функции с помощью производной. Построение графиков.
17. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла.
18. Свойства неопределенного интеграла.
19. Основные методы интегрирования (непосредственное, подстановкой).
20. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
21. Геометрические приложения определенного интеграла. (вычисление площади, объема)
22. Дифференциальные уравнения. Основные понятия.
23. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными (определение и способ решения).
24. Дифференциальные уравнения высших порядков. ДУ второго порядка. Основные понятия
25. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
26. Числовые ряды. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды.
27. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
28. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда.
29. Ряды Тейлора и Маклорена.
30. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена.
31. Некоторые приложения степенных рядов.
32. Понятие события и вероятность события.
33. Дискретная и непрерывная случайная величина.
34. Закон распределения и полигон распределения дискретной случайной величины.
35. Математическое ожидание дискретной случайной величины.
36. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.