

# **Приложение к рабочей программе дисциплины**

## **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине**

**ОП.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ  
ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ**

Специальность 35.02.09 Водные биоресурсы и аквакультура

## 1. Назначение фонда оценочных средств (ФОС) по дисциплине

ФОС по учебной дисциплине – это совокупность контрольных материалов, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимся установленных результатов обучения. ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Задачи ФОС:

- управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений;
- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины с выделением положительных/отрицательных результатов и планирование предупреждающих/корректирующих мероприятий;
- самоподготовка и самоконтроль обучающихся в процессе обучения.

## 2. Структура ФОС и применяемые методы оценки полученных знаний

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, устных опросов, текущего тематического тестирования, а также выполнения обучающимися домашних заданий

Материал считается усвоенным:

- с оценкой **«отлично»**, если курсант безошибочно выполняет 90-100% заданий работы;
- с оценкой **«хорошо»**, если в работе выполнено правильно от 70% заданий и выше с незначительными ошибками;
- с оценкой **«удовлетворительно»**, если решено правильно от 50 % до 69% заданий

## Применяемые методы оценки полученных знаний по разделам дисциплины

Тема	Экспресс опрос на лекциях по текущей теме (экспресс-тестирование)	Математический диктант	Письменная работа по теме	Итоговый тест	Промежуточная аттестация
<b>Раздел 1. Математический анализ и основы дискретной математики</b>					
Тема 1.1	+	+	+	+	Диф. зачет
Тема 1.2	+		+	+	Диф. зачет
Тема 1.3	+		+	+	Диф. зачет
<b>Раздел 2. Основы теории вероятностей и математической статистики. Основные численные методы</b>					
Тема 2.1	+		+	+	Диф. зачет
Тема 2.2		+		+	Диф. зачет

				+	
Тема 2.3		+		+	Диф. зачет
<b>Раздел 3. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии</b>					
Тема 3.1		+		+	Диф. зачет
Тема 3.2			+	+	Диф. зачет
<b>Раздел 4. Линейное программирование</b>					
Тема 4.1				+	Диф. зачет
Тема 4.2				+	Диф. зачет

### Входное тестирование

#### ВАРИАНТ 1

1. Вычислить:  $\sqrt{125} \sqrt[5]{32} - 5^{\frac{1}{2}}$

А  $11\sqrt{5}$       Б  $10\sqrt{2} - \sqrt{5}$       В 9      Г  $9\sqrt{5}$       Д  $\sqrt[10]{4000} - \sqrt{5}$

2. Вычислить:  $\frac{\sin 45^\circ \cos 15^\circ - \cos 45^\circ \sin 15^\circ}{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}$

А 1      Б 1/2      В  $\sqrt{3}/2$       Г  $1/\sqrt{3}$       Д  $\sqrt{3}$

3. Выберите точку, через которую проходит график функции:  $y=2^x+1$

А М(3;7)      Б N(3;9)      В К(4;8)      Г Р(4;9)

4. Найти область определения функции:  $y = \lg(16-x^2)$

А (-4;-2)      Б (-2;4)      В (4;∞)      Г (-4;4)      Д (-4;∞)

5. Вычислить:  $2 \log_5 25 + 3 \log_2 64$

А 8      Б 12      В 18      Г 22

6. Решить уравнение:  $\operatorname{tg} 5x = -1$

А  $(-1)^n \pi/3 + 2\pi n$       Б  $(-1)^n 2\pi/3 + 2\pi n$       В  $-\pi/20 + \pi n/5$       Г  $3\pi/20 + \pi n/5, n \in \mathbb{Z}$

7. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 3x^2 - 1}{3x^4 - 5x}$

А 2      Б 3      В 2/3      Г 3/2      Д -2/3

8. Найти первообразную функции  $f(x)$ , график которой проходит через точку  $M$ :  $f(x)=x^3+2$ ,  $M(2;15)$

- |               |             |             |              |
|---------------|-------------|-------------|--------------|
| <b>А</b>      | <b>Б</b>    | <b>В</b>    | <b>Г</b>     |
| $1/4x^2+2x+7$ | $x^4+2x+15$ | $x^4+2x-15$ | другой ответ |

### ВАРИАНТ 2

1. Вычислить:  $0,1 \sqrt{20} : \sqrt{45} - 5 \frac{17}{30}$

- |          |          |          |          |              |
|----------|----------|----------|----------|--------------|
| <b>А</b> | <b>Б</b> | <b>В</b> | <b>Г</b> | <b>Д</b>     |
| -2,5     | -5,5     | -10      | 0        | другой ответ |

2. Упростить:  $\frac{\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}$

- |                 |                 |                               |                               |                               |
|-----------------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| <b>А</b>        | <b>Б</b>        | <b>В</b>                      | <b>Г</b>                      | <b>Д</b>                      |
| $2\sin 2\alpha$ | $2\cos 2\alpha$ | $\cos 2\alpha + \sin 2\alpha$ | $\cos 2\alpha - \sin 2\alpha$ | $\sin 2\alpha - \cos 2\alpha$ |

3. Выберите точку, через которую проходит график функции:  $y=(1/3)^x-1$

- |             |           |           |           |
|-------------|-----------|-----------|-----------|
| <b>А</b>    | <b>Б</b>  | <b>В</b>  | <b>Г</b>  |
| $K(-3;-10)$ | $M(-3;8)$ | $N(-2;5)$ | $P(-2;8)$ |

4. Найти область определения функции:  $y = \log_{1/3}(x^2-2x)$

- |          |               |              |                |
|----------|---------------|--------------|----------------|
| <b>А</b> | <b>Б</b>      | <b>В</b>     | <b>Г</b>       |
| $(0;2)$  | $(-\infty;0)$ | $(2;\infty)$ | $(-\infty;-2)$ |
|          |               | $(0;\infty)$ | $(-2;0)$       |

5. Вычислить:  $3 \log_7 49 - 5 \log_2 16$

- |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|
| <b>А</b> | <b>Б</b> | <b>В</b> | <b>Г</b> |
| -26      | -14      | 14       | 26       |

6. Решить уравнение:  $\sin x/2 = \sqrt{3}/2$

- |                         |                          |                     |                              |
|-------------------------|--------------------------|---------------------|------------------------------|
| <b>А</b>                | <b>Б</b>                 | <b>В</b>            | <b>Г</b>                     |
| $(-1)^n \pi/3 + 2\pi n$ | $(-1)^n 2\pi/3 + 2\pi n$ | $-\pi/20 + \pi n/5$ | $3\pi/20 + \pi n/5, n \in Z$ |

7. Вычислить предел:  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

- |          |          |          |          |              |
|----------|----------|----------|----------|--------------|
| <b>А</b> | <b>Б</b> | <b>В</b> | <b>Г</b> | <b>Д</b>     |
| 1        | -1       | 0        | $\infty$ | другой ответ |

8. Найти первообразную функции  $f(x)$ , график которой проходит через точку  $M$ :  $f(x)=4x+1/x^2$ ,  $M(1;4)$

- |              |              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>А</b>     | <b>Б</b>     | <b>В</b>     | <b>Г</b>     |
| $4x^2+1/x+4$ | $2x^2-1/x+1$ | $2x^2+1/x+4$ | другой ответ |

**Критерий оценивания теста:** За каждый правильный ответ дается один балл. Если курсант набрал 4-5 баллов - оценка «удовлетворительно», 6-7 баллов - оценка «хорошо», 8 баллов - оценка «отлично».

Ответы на тест

### Вариант 1

1	2	3	4	5	6	7	8
г	а	б	в	г	в	в	а

### Вариант 2

1	2	3	4	5	6	7	8
б	в	г	б	б	б	б	г

Оценочные материалы для проведения текущего контроля.

Экспресс опрос на лекциях по текущей теме (экспресс-тестирование).

Вопросы	Рекомендуемое содержание ответа (источник)
<b>Тема 1.1</b>	
1. Дайте определение функции.	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
2. Что такое область определения и множество значений функции?	
3. Какие функции называются возрастающими, убывающими, монотонными?	
4. Какие функции называются периодическими?	
5. Назовите элементарные функции, приведите их графики.	
6. Дайте определение предела функции.	
7. Какие функции называются бесконечно малыми, какие бесконечно большими?	
8. Какие виды неопределенности вы знаете?	
9. Как раскрываются неопределенности —	

и $\frac{0}{0}$ ?	
10. Напишите формулы первого замечательного предела.	
11. Напишите формулу второго замечательного предела.	
12. Что такое производная функции?	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
13. Рассказать правила дифференцирования и таблицу производных.	
14. В чем заключается механический и геометрический смысл производной?	
15. Пусть функция $Q(t)$ - количество электричества, проходящего через поперечное сечение проводника за время $t$ . Что найдем, взяв производную от этой функции?	
16. Рассказать правило нахождения производной сложной функции.	
17. Какие точки называются точками экстремума функции?	
18. Как найти экстремумы функции, интервалы выпуклости, вогнутости?	
19. Как найти точки перегиба, интервалы выпуклости, вогнутости графика функции?	
20. Приведите общую схему исследования функции и построения графика.	
21. Что называется первообразной?	
22. Дайте определение неопределенного интеграла.	
23. Перечислите свойства неопределенного интеграла.	
24. В чем заключается метод подстановки?	
25. Какая геометрическая задача приводит к понятию определенного интеграла?	
26. Назовите основные свойства определенного интеграла.	
27. Напишите формулу Ньютона-Лейбница.	
28. Как найти площадь плоской фигуры с помощью определенного интеграла?	
29. Каков физический смысл определенного интеграла?	
<b>Тема 1.2</b>	
1. Дайте определение дифференциального уравнения.	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса сост. И.

2. Что является решением дифференциального уравнения?	А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60	
3. Дайте понятие общего и частного решения ДУ.		
4. Сформулируйте задачу Коши. 5.		
6. Какие уравнения называются уравнениями с разделяющимися переменными?		
7. Дайте определение ДУ второго порядка.		
8. Расскажите о ДУ 2-го порядка, допускающих понижение порядка.		
9. Дайте определение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.		
10. Что такое характеристическое уравнение? Как оно составляется?		
11. Расскажите, как находится общее решение ЛОДУ 2 –го порядка с постоянными коэффициентами.		
<b>Тема 1.3</b>		
1. Дайте определение числового ряда		Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60
2. Какой ряд называется сходящимся?		
3. Дайте определение знакочередующегося ряда		
4. Сформулируйте признак Лейбница для знакочередующихся рядов.		
5. Какой ряд называется степенным?		
6. Что такое радиус сходимости степенного ряда?		
7. Напишите формулу ряда Тейлора .		
8. Напишите формулу ряда Маклорена.		
9. Где применяются ряды?		
<b>Тема 2.1</b>		
1. Дайте определение события.	Конспект лекций по дисциплине Математика для курсантов 2 курса / сост. И. А. Драчева. – Керчь, 2021 г., с. 44. Математика, практикум для курсантов 2 курса очной формы обучения / сост. И.А. Драчева. -Керчь, 2022, с.60	
2. Какие события называются достоверными, невозможными, случайными?		
3. Приведите формулу и свойства классической вероятности.		
4. Дайте определение дискретной и непрерывной случайной величины.		
5. Что называется законом распределения		

случайной величины?	
6. Дайте определение и формулу вычисления математического ожидания дискретной случайной величины.	
7. Дайте определение и формулу вычисления дисперсии случайной величины.	

**Критерий оценивания экспресс- теста:** курсанту задается три вопроса. Если курсант отвечает на все вопросы четко и полно - оценка «отлично», если курсанту требуются незначительные подсказки, но видно, что он понял тему, ориентируется в формулах и понятиях - оценка «хорошо». Если из трех вопросов отвечает на один - оценка «удовлетворительно».

#### Математический диктант

Тема 1.1	
Найти производную функции	Ответы
1. $y = -3x^2$	$-6x$
2. $y = 2\sqrt{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
3. $y = 3^x$	$3^x \ln 3$
4. $y = \sin x$	$\cos x$
5. $y = \cos x$	$-\sin x$
6. $y = \ln x$	$\frac{1}{x}$
7. $y = 3x^3 - 4x + 5$	$9x^2 - 4$
8. $y = \sin 3x$	$3 \cos 3x$
9. $y = e^{-2x}$	$-2e^{-2x}$
10. $y = \sin^2 x$	$2 \sin x \cos x$

**Критерий оценивания:** все 10 заданий выполнены верно - оценка «отлично», 7-9 заданий выполнены верно - оценка «хорошо», 5-6 - оценка «удовлетворительно».



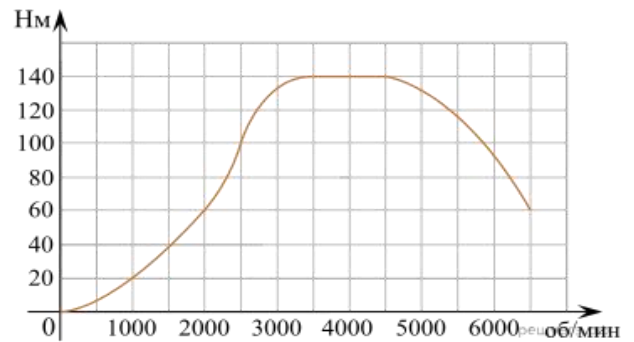
## Письменная работа по теме

### Тема 1.1

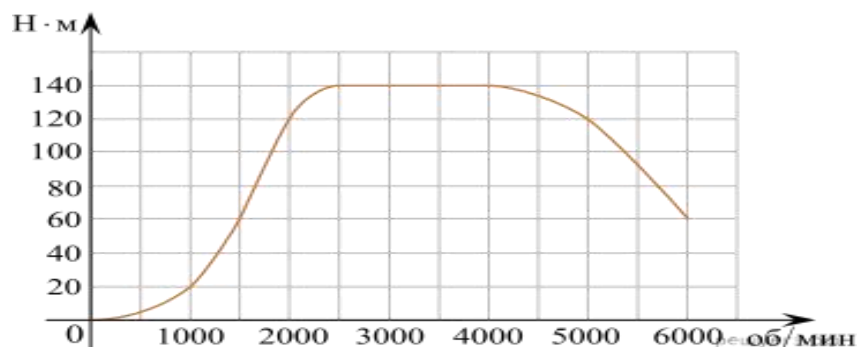
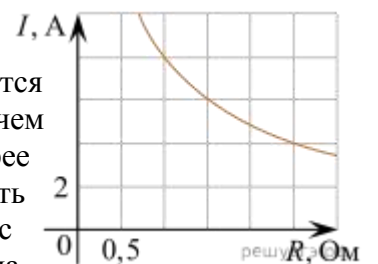
### Письменная работа №1

#### Вариант 1

1. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в  $\text{Н} \cdot \text{м}$ . Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее  $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



2. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя — чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в омах), на оси ординат — сила тока в амперах. Ток в цепи электродвигателя уменьшился с 8 до 6 ампер. На сколько Омов при этом увеличилось сопротивление цепи?
3. На графике показана зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в  $\text{Н} \cdot \text{м}$ .



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу количества оборотов двигателя характеристику зависимости крутящего момента двигателя на этом интервале.

### ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА

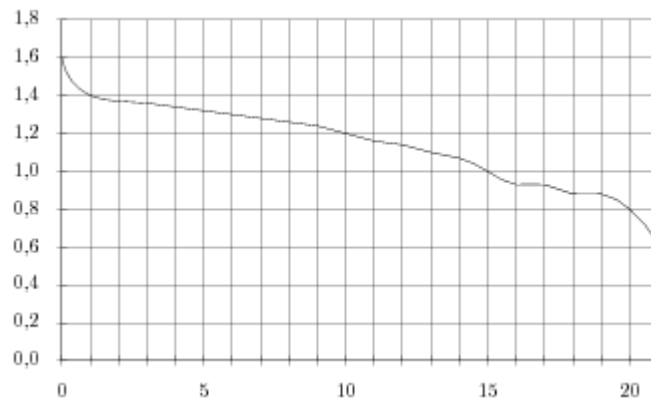
- А) крутящий момент не менялся
- Б) крутящий момент падал
- В) крутящий момент рос быстрее всего
- Г) крутящий момент не превышал  $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$

### ИНТЕРВАЛЫ ОБОРОТОВ

- 1)  $0 - 1500 \text{ об/мин.}$
- 2)  $1500 - 2000 \text{ об/мин.}$
- 3)  $2500 - 4000 \text{ об/мин.}$
- 4)  $4000 - 6000 \text{ об/мин.}$

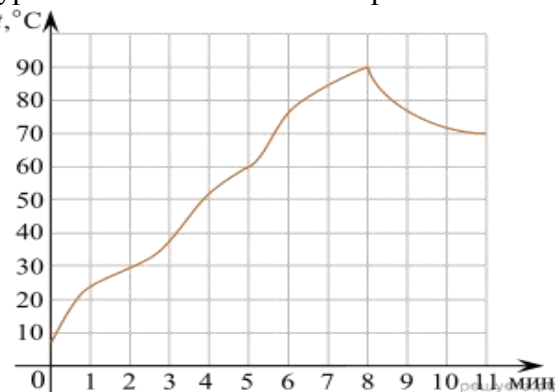
### Вариант 2.

1. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.

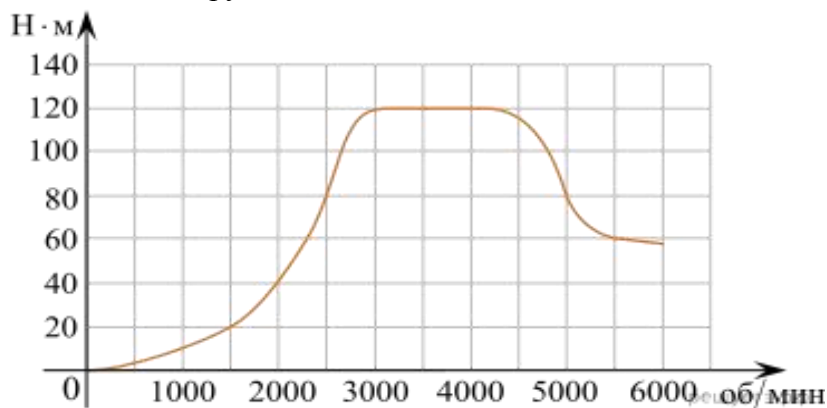


Определите по рисунку, на сколько вольт упадет напряжение за 15 часов работы фонарика.

2. На графике показано изменение температуры в зависимости от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля при температуре  $10^\circ\text{C}$  окружающего воздуха. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Когда температура достигает определённого значения, включается вентилятор, охлаждающий двигатель, и температура начинает понижаться. Определите по графику, сколько минут прошло от момента запуска двигателя до включения вентилятора?



3. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в  $\text{Н} \cdot \text{м}$ .



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу числа оборотов в минуту характеристику крутящего момента.

#### ИНТЕРВАЛЫ

- А) 0–2000 об./мин.
- Б) 2000–3000 об./мин.
- В) 3000–4000 об./мин.
- Г) 4000–6000 об./мин.

#### ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) крутящий момент не меняется на всём интервале
- 2) при увеличении числа оборотов самый быстрый рост крутящего момента
- 3) крутящий момент не превышает 40 Н·м на всём интервале
- 4) при увеличении числа оборотов крутящий момент падает

#### Критерий оценивания письменной работы № 1:

Одно задание выполнено правильно - оценка «удовлетворительно», два задания выполнено правильно - оценка «хорошо», три задания - оценка «отлично».

#### Ответы.

**Вариант 1.** 1. 2000; 2. 1,5; 3. 3421.

**Вариант 2.** 1. 0,6; 2. 8; 3. 3214.

#### Письменная работа № 2

Вариант 1	Вариант 2
Вычислить пределы	Вычислить пределы
1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 3x - 5x^2}{10x^2 + 3}$	1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 6x^3}{2x^3 + 3x^2 + 3}$
2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + x - 6}$	2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$
3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{10x}$
4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 3x^3}{x - 1}$	4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x + 9}$

#### Критерий оценивания письменной работы № 2:

Все четыре задания выполнены верно - оценка «отлично»,

Три задания выполнены верно - оценка «хорошо», два задания - оценка «удовлетворительно».

#### Решение и ответы.

##### Вариант 1.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 3x - 5x^2}{10x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{3x}{x^2} - \frac{5x^2}{x^2}}{\frac{10x^2}{x^2} + \frac{3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x} - 5}{10 + \frac{3}{x^2}} = \frac{0 - 0 - 5}{10 + 0} = -\frac{1}{2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x(x+3)}{(x+3)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x}{x-2} = \frac{3}{5}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x}{3 \cdot 2x} = \frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} = \frac{2}{3}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 3x^3}{x - 1} = \frac{1 + 3}{1 - 1} = \frac{4}{+0} = +$$

**Вариант 2.**

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 6x^3}{2x^3 + 3x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x^3} - \frac{6x^3}{x^3}}{\frac{2x^3}{x^3} + \frac{3x^2}{x^3} + \frac{3}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x^3} - 6}{2 + \frac{3}{x} + \frac{3}{x^3}} = \frac{0 - 6}{2 + 0 + 0} = -3$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x+1)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{10x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2 \cdot 5x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x} = \frac{1}{2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x + 9} = \frac{3}{0 + 9} = 0$$

**Письменная работа № 3**

<b>Вариант 1.</b>	<b>Вариант 2.</b>
<p>1. Материальная точка движется прямолинейно по закону</p> $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ <p>(где <math>x</math> — расстояние от точки отсчета в метрах, <math>t</math> — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени <math>t = 9</math> с.</p> <p>2. Найти экстремумы функции</p> $y = \frac{x - 3}{x^2 + 16}$	<p>1. Материальная точка движется прямолинейно по закону</p> $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$ <p>(где <math>x</math> — расстояние от точки отсчета в метрах, <math>t</math> — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в (м/с) в момент времени <math>t = 6</math> с.</p> <p>2. Найти экстремумы функции</p> $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 5$

**Критерий оценивания письменной работы № 3:**

Все задания выполнены верно - оценка «отлично», допущены незначительные ошибки в вычислениях - оценка «хорошо», одно задание выполнено верно - оценка «удовлетворительно».

**Решение и ответы:****Вариант 1.**

1. Находим производную  $v = x(t) = (6t^2 - 48t + 17) = 12t - 48$ .

Подставляем заданное время  $v = 12 \cdot 9 - 48 = 60 \text{ м/с}$ .

Ответ: 60

2. Находим производную

$$y' = \frac{x-3}{x^2+16} = \frac{x^2+16-(x-3) \cdot 2x}{(x^2+16)^2} = \frac{-x^2+6x+16}{(x^2+16)^2}$$

Решаем уравнение  $\frac{-x^2+6x+16}{(x^2+16)^2} = 0$ . Получаем значения  $x = 8$  и  $x = -2$ .

Определяем знак производной в интервалах и поведение функции:

	$(-\infty; -2)$	$x = -2$	$(-2; 8)$	$x = 8$	$(8; +\infty)$
$y'$	-	0	+	0	-
$y$	Убывает	Точка min	возрастает	Точка max	убывает

Ответ:  $x = -2$  - точка минимума,  $x = 8$  - точка максимума.

**Вариант 2.**

1. Находим производную  $v = x(t) = (\frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t) = \frac{3}{2}t^2 - 6t + 2$ .

Подставляем заданное время  $v = \frac{3}{2} \cdot 36 - 36 + 2 = 20 \text{ м/с}$ .

Ответ: 20

2. Находим производную  $y' = (2x^2 - 5x + \ln x - 5) = 4x - 5 + \frac{1}{x} = \frac{4x^2 - 5x + 1}{x}$ .

Решаем уравнение  $\frac{4x^2 - 5x + 1}{x} = 0$ . Получаем значения  $x = \frac{1}{4}$  и  $x = 1$ .

Определяем знак производной в интервалах и поведение функции:

	$(0; \frac{1}{4})$	$x = \frac{1}{4}$	$(\frac{1}{4}; 1)$	$x = 1$	$(1; +\infty)$
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	возрастает	Точка max	Убывает	Точка min	возрастает

Ответ:  $x = 1$  - точка минимума,  $x = \frac{1}{4}$  - точка максимума.

## Письменная работа № 4

### Вариант 1

1. Найти неопределенный интеграл

а)  $(2^x + \cos x)dx$       б)  $(6x^2 - 4x + 3)dx$

2. Вычислить площади плоской фигуры, ограниченных линиями

$$y = -x^2 + 4, y = 0$$

3. Найти количество электричества, проходящего через поперечное сечение проводника за 20 с, если сила тока изменяется по закону  $I(t) = 2t + 1 (A)$ .

### Вариант 2

1. Найти неопределенный интеграл

а)  $(\frac{1}{x} - \sin x)dx$       б)  $(12x^5 - 3x^2 - 7)dx$

2. Вычислить площади плоских фигур, ограниченных линиями

$$y = x^2 + 2x + 5, y = 5 - 2x$$

3. Тело движется прямолинейно со скоростью  $v(t)$  (м/с). Вычислить расстояние, пройденное телом за интервал времени от  $t_1$  до  $t_2$ , если  $v(t) = 5t - 3, t_1 = 0, t_2 = 3$ .

### Критерий оценивания письменной работы № 4:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично»,

Выполнено два задания верно - оценка «хорошо», одно задание - оценка «удовлетворительно».

### Решение и ответы.

#### Вариант 1.

1. а)  $(2^x + \cos x)dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \sin x + C$

б)  $(6x^2 - 4x + 3)dx = 2x^3 - 2x^2 + 3x + C$

2.  $S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4)dx = -\frac{x^3}{3} + 4x \Big|_{-2}^2 = -\frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} + 8 = \frac{32}{3} \text{ кв.ед.}$

3.  $Q = \int_0^{20} (2t + 1)dt = (t^2 + t) \Big|_0^{20} = 400 + 20 = 420 \text{ (Кл).}$

#### Вариант 2.

$$1. \text{ а) } \left(\frac{1}{x} - \sin x\right)dx = \ln|x| + \cos x + C$$

$$\text{б) } (12x^5 - 3x^2 - 7)dx = 2x^6 - x^3 - 7x + C$$

$$2. S = \int_{-4}^0 (-x^2 - 4x)dx = \left[-\frac{x^3}{3} - 2x^2\right]_{-4}^0 = -\frac{64}{3} + 32 = \frac{32}{3} \text{ кв.ед.}$$

$$3. S = \int_0^3 (5t - 3)dt = \left(\frac{5}{2}t^2 - 3t\right)\Big|_0^3 = 22,5 - 9 = 13,5 \text{ (м).}$$

## Тема 1.2

### Письменная работа № 6

Вариант -1	Вариант -2
Найти общее решение дифференциальных уравнений, если указаны начальные условия, найти частное решение.	Найти общее решение дифференциальных уравнений, если указаны начальные условия, найти частное решение.
1. $y + \frac{\sin x}{\sin y} = 0$	1. $y \sqrt{1-x^2} = 1 + y^2$
2. $y = 4 \cos x - x + 5$	2. $y = e^x + \cos x - 2x^3$
3. $y - 2y - 3y = 0, y(0) = 8, y'(0) = 0$	3. $y - 2y = 0, y(0) = 0, y'(0) = -1$

### Критерий оценивания письменной работы № 6:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично»,

два задания выполнены верно - оценка «хорошо», одно задание - оценка «удовлетворительно».

### Решение и ответы.

#### Вариант 1.

$$1. y + \frac{\sin x}{\sin y} = 0. \text{ Уравнение с разделяющимися переменными.}$$

Разделим переменные:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\sin x}{\sin y}, \sin y dy = -\sin x dx.$$

Проинтегрируем  $\sin y dy = -\sin x dx$ , получим:

$-\cos y = \cos x - C$  или  $\cos y = C - \cos x$  - общее решение дифференциального уравнения.

Ответ:  $\cos y = C - \cos x$

2. Проинтегрируем уравнение два раза

$$y = 4 \sin x - \frac{1}{2}x^2 + 5x + C_1$$

$$y = -4 \cos x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + C_1x + C_2 - \text{общее решение.}$$

$$\text{Ответ: } y = -4 \cos x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + C_1x + C_2$$

$$3. \quad y'' - 2y' - 3y = 0, \quad y(0) = 8, \quad y'(0) = 0.$$

Составим характеристическое уравнение  $k^2 - 2k - 3 = 0$ , находим корни  $k_1 = -1, k_2 = 3$ .

Общее решение имеет вид  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x}$ .

Подставляя начальные условия находим  $C_1 = 6, C_2 = 2$ .

Частное решение имеет вид  $y = 6e^{-x} + 2e^{3x}$ .

$$\text{Ответ: } y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x}, \quad y = 6e^{-x} + 2e^{3x}.$$

### Вариант 2.

$$1. \quad y \sqrt{1-x^2} = 1 + y^2. \text{ Уравнение с разделяющимися переменными.}$$

Разделим переменные:

$$\frac{dy}{dx} \sqrt{1-x^2} = 1 + y^2, \quad \frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Проинтегрируем  $\frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ , получим:

$\arctg y = \arcsin x + C$  - общее решение дифференциального уравнения.

$$\text{Ответ: } \arctg y = \arcsin x + C$$

2. Проинтегрируем уравнение два раза

$$y = e^x + \sin x - \frac{1}{2}x^4 + C_1$$

$$y = e^x - \cos x - \frac{1}{10}x^5 + C_1x + C_2 - \text{общее решение.}$$

$$\text{Ответ: } y = e^x - \cos x - \frac{1}{10}x^5 + C_1x + C_2$$

$$3. \quad y'' - 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1$$

Составим характеристическое уравнение  $k^2 - 2k = 0$ , находим корни  $k_1 = 0, k_2 = 2$ .

Общее решение имеет вид  $y = C_1 + C_2 e^{2x}$ .

Подставляя начальные условия находим  $C_1 = 0, C_2 = -\frac{1}{2}$ .

Частное решение имеет вид  $y = -\frac{1}{2}e^{2x}$ .

$$\text{Ответ: } y = C_1 + C_2 e^{2x}, \quad y = -\frac{1}{2}e^{2x}.$$



### Тема 1.3 (письменная работа № 7)

Вариант 1	Вариант 2
Вычислить с точностью 0,001, используя ряд Маклорена	Вычислить с точностью 0,001, используя ряд Маклорена
а) $e^{-2}$	а) $\sqrt[3]{10}$
б) $\int_0^1 \sin(x^2) dx$	б) $\int_0^{0.4} e^{-x^2} dx$

#### Критерий оценивания письменной работы № 7:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично», допущены незначительные ошибки в вычислениях - оценка «хорошо», одно задание выполнено верно - оценка «удовлетворительно».

#### Решение и ответы.

##### Вариант 1.

$$1. e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$e^{-2} = 1 + \frac{-2}{1!} + \frac{(-2)^2}{2!} + \frac{(-2)^3}{3!} + \frac{(-2)^4}{4!} + \dots = 1 - 2 + 2 - \frac{8}{6} + \frac{16}{24} - \frac{32}{120} + \frac{64}{720} - \frac{128}{5040} + \dots = 1 - 1,333 + 0,667 - 0,267 + 0,089 - 0,025 + 0,006 - \dots \approx 0,137$$

Ответ: 0,137

2. Разложим подынтегральную функцию в ряд и проинтегрируем

$$\int_0^1 \sin(x^2) dx = \int_0^1 \left( x^2 - \frac{x^6}{6} + \frac{x^{10}}{120} - \frac{x^{14}}{5040} + \dots \right) dx = \left. \frac{x^3}{3} - \frac{x^7}{42} + \frac{x^{11}}{11 \cdot 120} - \dots \right|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{42} + \frac{1}{1320} - \dots \approx 0,326$$

Ответ: 0,326

##### Вариант 2.

1. Разложим функцию  $y = \sqrt[3]{1+x}$  в ряд Маклорена, используя биномиальный ряд:

$$\sqrt[3]{1+x} = (1+x)^{\frac{1}{3}} = 1 + \frac{1}{3}x + \frac{\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-1)}{2!}x^2 + \frac{\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-1)(\frac{1}{3}-2)}{3!}x^3 + \dots = 1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 + \frac{5}{81}x^3 - \frac{10}{243}x^4 + \dots$$

$$\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{8+2} = \sqrt[3]{8(1+0,25)} = 2(1+0,25)^{\frac{1}{3}} = 2\left(1 + \frac{1}{3}0,25 - \frac{1}{9}(0,25)^2 + \frac{5}{81}(0,25)^3 - \frac{10}{243}(0,25)^4 + \dots\right) = 2(1 + 0,0833 - 0,0069 + 0,00096) \approx 2,1547$$

Ответ: 2,1547

2. Разложим подынтегральную функцию в ряд и проинтегрируем

$$\int_0^{0,4} e^{-x^2} dx = \int_0^{0,4} \left(1 - \frac{x^2}{1} + \frac{x^4}{2} - \frac{x^6}{6} + \frac{x^8}{24} + \dots\right) dx = \left. x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10} - \frac{x^7}{42} + \dots \right|_0^{0,4} =$$

$$= 0,4 - \frac{0,064}{3} + \frac{0,01024}{10} - \frac{0,0016384}{42} - \dots \approx 0,4 - 0,0213 + 0,00004 \approx 0,379$$

Ответ: 0,379

## Тема 2.1

### Письменная работа № 8

#### Вариант 1

1. В ящике имеется 11 одинаковых шаров. Причем 4 из них окрашены в синий цвет, а остальные белые. Наудачу извлекают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них 2 синих.
2. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, зная закон ее распределения.

$X$	-2	2	3	4	7
$P$	0,3	0,1	0,2	0,3	0,1

#### Вариант 2

1. В ящике 15 шаров: 7 синих и 8 желтых. Наудачу из ящика вынули один шар, а затем второй (не возвращая их обратно). Найти вероятность того, что первый из взятых шаров синий, а второй желтый.
2. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, зная ее закон распределения.

$X$	1	1,5	2	3	5
$P$	0,1	0,3	0,25	0,2	0,15

### Критерий оценивания письменной работы № 8:

Все задания выполнены верно - оценка «отлично», допущены незначительные ошибки в вычислениях - оценка «хорошо», одно задание выполнено верно - оценка «удовлетворительно».

### Решение и ответы

#### Вариант 1

1. Обозначим  $A$  – событие, состоящее в том, что среди извлеченных 5 шаров 2 синих.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_4^2 C_7^3}{C_{11}^5} = \frac{210}{462} = \frac{35}{77}, \text{ где}$$

$$n = C_{11}^5 = \frac{11!}{5!(11-5)!} = \frac{11!}{5!6!} = \frac{6!7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6!} = 462.$$

$$m = C_4^2 C_7^3 = \frac{4!}{2!(4-2)!} \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{4!}{2 \cdot 2} \frac{7!}{3!4!} = \frac{3!4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{4 \cdot 3!} = 210.$$

2. Математическое ожидание равно сумме произведений всех возможных значений  $X$  на их вероятности:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i = -2 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,3 + 7 \cdot 0,1 = 2,1.$$

Для вычисления дисперсии воспользуемся формулой:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2.$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 4 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,2 + 16 \cdot 0,3 + 49 \cdot 0,1 - (2,1)^2 = 13,1 - 4,41 = 8,69.$$

#### Вариант 2

1. Событие  $A$  – первый взятый шар синий. Вероятность события  $A$ :  $P(A) = \frac{7}{15}$ .

Событие  $B$  – второй взятый шар желтый. Вероятность события  $B$ , вычисленная в предположении, что первый шар синий (т.е. условная вероятность) равна:

$$P_A(B) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}.$$

Искомая вероятность по теореме умножения вероятностей зависимых событий равна:

$$P(A \cap B) = P(A) P_A(B) = \frac{7}{15} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{15}.$$

2. Математическое ожидание равно сумме произведений всех возможных значений  $X$  на их вероятности:

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i = 1 \cdot 0,1 + 1,5 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,15 = 2,4.$$

Для вычисления дисперсии воспользуемся формулой:

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2.$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 1^2 + 0,1 + (1,5)^2 + 0,3 + 2^2 + 0,25 + 3^2 + 0,2 + 5^2 + 0,15 - (2,4)^2 = 0,1 + 0,675 + 1 + 1,8 + 3,75 - 5,76 = 1,565$$

### Итоговый тест

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{5 - 4x^2}$

А	Б	В	Г
2/5	-1/2	0	$\infty$

2. Найдите производную функции  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 5$ .

А	Б	В	Г
$f(x) = \frac{1}{6}x^3 - 1$	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 6$	$f(x) = x - 1$	$f(x) = x - 6$

3. Найти точку минимума функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

А	Б	В	Г
(1; 4)	(-1; -16)	(3; 0)	(-3; 0)

4. Вычислить неопределенный интеграл  $\int \sin 3x dx$

А	Б	В	Г
$3 \cos 3x + C$	$-3 \cos 3x + C$	$\frac{1}{3} \cos 3x + C$	$-\frac{1}{3} \cos 3x + C$

5. Вычислить определенный интеграл  $\int_2^3 5x^4 dx$

А	Б	В	Г
129	171	201	211

6. Указать дифференциальное уравнение второго порядка

А	Б	В	Г
$xy - y = y^3$	$y = x - \sin x$	$y + (x^2 - 1)y = 0$	$\frac{dy}{dx} = x^2$

7. Продолжить предложение: решением дифференциального уравнения является...

А	Б	В	Г
---	---	---	---

Пара чисел ( $x; y$ )	корень	функция	производная
--------------------------	--------	---------	-------------

8. Вычислить с помощью ряда Маклорена интеграл  $\int_0^{0,25} e^{-x^2} dx$  с точностью 0,001

А	Б	В	Г
0,25	0,351	0,2448	0,324

9. Маховик, задерживаемый тормозом, вращается по закону  $f(t) = 4t - 0,25t^2$  (время  $t$  - в секундах, угол  $\varphi(t)$  - в радианах). В какой момент времени он остановится?

А	Б	В	Г
16 секунд	8 секунд	10 секунд	20 секунд

10. Через поперечное сечение проводника в каждый момент времени  $t$  проходит заряд  $q(t) = 5\sqrt{2t + 5}$  ( $q$  измеряется в кулонах, а  $t$  - в секундах). Найдите силу тока в момент времени  $t=10$  с.

А	Б	В	Г
1 А	5 А	25 А	2,5 А

11. Найдите путь, который пройдет тело от начала движения до остановки, если его скорость  $v(t) = 18t - 6t^2$

А	Б	В	Г
12 м	32 м	27 м	15 м

12. Сила тока в проводнике со временем изменяется по закону  $i(t) = 4 + 2t$ . Какое количество электричества пройдет через поперечное сечение проводника за время от 2-й до 6-й секунды?

А	Б	В	Г
24 Кл	48 Кл	12 Кл	46 Кл

13. Во время медицинского обследования кровяного давления у курсантов (в условиях учебной нагрузки) получены такие результаты:

112	114	116	118	120	122	124	126	128	130
5	20	30	40	40	30	20	10	3	2

Найдите среднее значение выборки.

А	Б	В	Г
119,42	119	120,2	122,24

14. В коробке лежат 10 деталей, из которых две бракованные. Механик для ремонта берет деталь не проверяя её. Найдите вероятность того, что ему не придется переделывать работу.

А	Б	В	Г
0,2	0,8	0,1	0,9

15. Какой числовой ряд можно исследовать по признаку Лейбница?

А	Б	В	Г
Все числовые ряды	положительные	знакопеременяющиеся	степенные

16. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' + 9y = 0$

А	Б	В	Г
$y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$	$y = (C_1 + C_2 x)e^{3x}$	$y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{3x}$	$y = Cx e^{3x}$

### Критерий оценивания теста:

За каждый правильный ответ дается один балл. Если студент набрал 8-10 баллов - оценка «удовлетворительно», 11-14 баллов - оценка «хорошо», 15-16 баллов - оценка «отлично».

### Ответы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
В	Г	В	Г	Г	В	В	Г	Б	А	В	Б	А	Б	В	А

### Вопросы для подготовки к зачету

1. Понятие функции.
2. Основные характеристики функций.
3. Основные элементарные функции и их графики.
4. Понятие производной функции.
5. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.
6. Физический смысл производной. Нахождение скорости и ускорения движения точки.
7. Производная суммы нескольких функций.
8. Производная произведения двух функций.
9. Производная частного двух функций.
10. Правило вычисления производной сложных функций.
11. Таблица производных.
12. Производные высших порядков.
13. Необходимое и достаточные условия точки экстремума. Промежутки монотонности функции.
14. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Промежутки выпуклости (вогнутости) функции.
15. Асимптоты.
16. Общая схема исследования функции с помощью производной. Построение графиков.
17. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла.
18. Свойства неопределенного интеграла.
19. Основные методы интегрирования (непосредственное, подстановкой).

20. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
21. Геометрические приложения определенного интеграла. (вычисление площади, объема)
22. Дифференциальные уравнения. Основные понятия.
23. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными (определение и способ решения).
24. Дифференциальные уравнения высших порядков. ДУ второго порядка. Основные понятия
25. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
26. Числовые ряды. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды.
27. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
28. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда.
29. Ряды Тейлора и Маклорена.
30. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена.
31. Некоторые приложения степенных рядов.
32. Понятие события и вероятность события.
33. Дискретная и непрерывная случайная величина.
34. Закон распределения и полигон распределения дискретной случайной величины.
35. Математическое ожидание дискретной случайной величины.
36. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.